



Οδηγία

ΧΡΗΣΕΩΣ ΤΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ
ΚΑΝΟΝΩΝ A. W. FABER-CASTELL

Διὰ τὰ συστήματα :

RIETZ

ELEKTRO

DARMSTADT

DUPLEX

NOVO-DUPLEX

ΔΙΑΝΕΜΕΤΑΙ ΔΩΡΕΑΝ

$$\begin{array}{r} 3 \sqrt{527} \\ 1,32 \\ \hline 3750 \\ 0,25 \cdot 43 \end{array} \quad 2\frac{1}{2} D = \frac{\pi 32^2}{4}$$

ΟΔΗΓΙΑΙ ΔΙΑ ΤΗΝ ΧΡΗΣΙΝ ΤΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ ΚΑΝΟΝΩΝ CASTELL

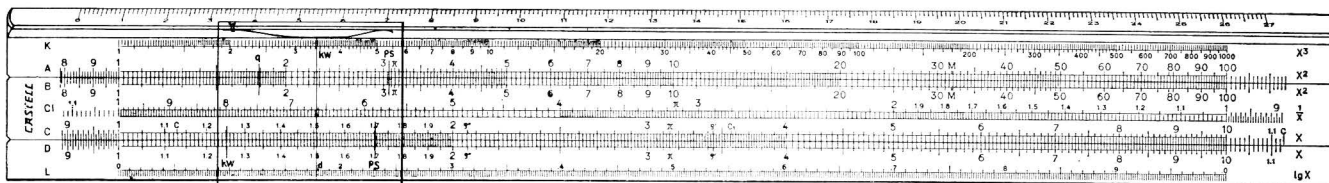
ΣΥΣΤΗΜΑ : R I E T Z
E L E K T R O
D A R M S T A D T
D U P L E X
N O V O - D U P L E X

Λογαριθμικοί κανόνες Castell διὰ τὰ διάφορα ἐπαγγέλματα

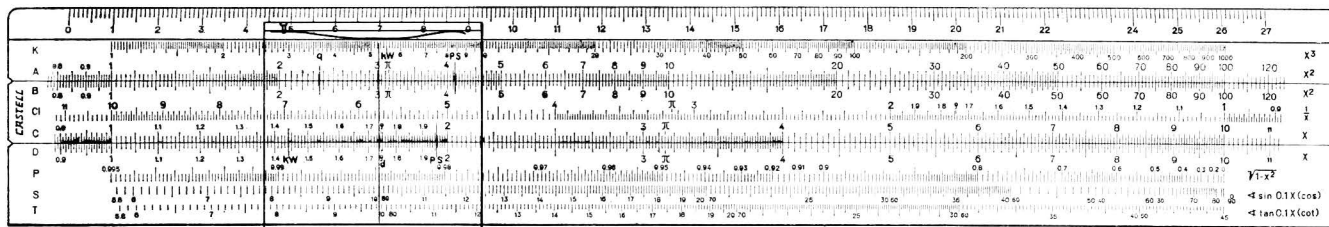
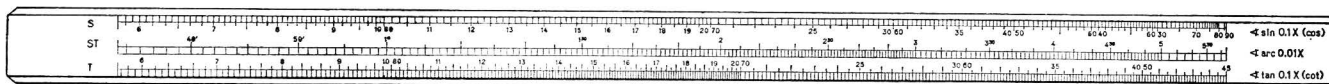
Ἑπάγγελμα	Σύστημα Κανόνος	ἀριθ. σελίδος	Πλαστικοὶ λογαριθμικοὶ κανόνες Μήκη κλιμάκων				Λογαριθμικοὶ κανόνες ἐξ ειδικῆς ζυγαίας Μήκη κλιμάκων		Λογαριθμικοὶ κανόνες ἐπιδείξεων Μήκη κλιμάκων	
			Συνήθης 25 ἐκ.	Συνήθης μετ' ἀθρ. ἄβακος 25 ἐκ.	Τσέπης 12,5 ἐκ.	Τσέπης μετ' ἀθρ. ἄβακος 12,5 ἐκ.	Συνήθης 25 ἐκ.	Μήκους 50 ἐκ.	1,00 M	1,50 M
Ἐπιστήμονες Μηχανικοὶ Τεχνικοὶ	Mathema Darmstadt Duplex Novo-Duplex	3,20,26,32,36 5,16,22,23,26,40 5,6,8,22,23,26-29,40	2/84 111/54 2/82 2/83	111/54 A	67/54 b 62/82 62/83	67/54 R	1/54	4/54	334/54 334/82 334/83	315/54
Μηχανολόγοι Ἡλεκτρολόγοι	Rietz Elektro	3,17,19,25 17,18,25,30,34	111/87 111/98	111/87 A	67/87 67/98 b	67/87 R 67/98 R	1/87 1/98	4/87 4/98	334/87 334/98	315/87
Ἐμποροὶ Οἰκονομολόγοι	Disponent Bivius		111/22	111/22 A	67/22	67/22 R	1/22 1/28	4/22	334/22	315/22
Τοπογράφοι	Tachymeter		111/38		67/38 b			4/38		
Στελέχη μεταλλουργικῶν βιομηχανιῶν	Maschinenzeit		111/48							
Ὑπολογισμοὶ μπετόν ἀρμῆ Ἐλεγχος κατασκευῶν ἐκ μπετόν ἀρμῆ	Stahlbeton Dywidag		57/62		67/21 b		3/11 & 3/31			
Ἀρχιτέκτονες, ἐργοδηγοὶ οἰκοδόμοι	Normal Normal — Trig.				67/39 67/91		1/60		334/60	
Γραφικαὶ Τέχναι	Demegraph		111/66							
Τεχνικοὶ ἠλεκτροσυγκολλήσεων	Schweisstechnik				67/56 b					
Τεχνικοὶ διὰ Ἐριοβιομηχανίας	Textil		57/74							
Σχολεῖα	Schul-D-Stab		52/82						334/52	
	Columbus		57/86						334/86	
	Schul-Rietz		57/87						334/87	315/87
	Schul-Rietz N		57/88						334/88	
	SchulstabLog-Log		57/89						334/89	315/89
	Schul—Disponent		57/22						334/22	315/22

Περιγραφή του λογαριθμικού κανόνας

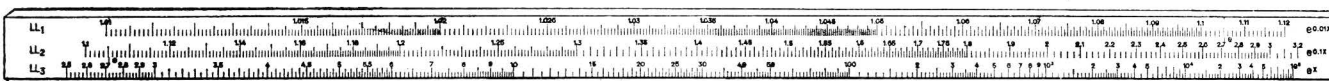
Είς τὰς κατωτέρω ὁδηγίας περιγράφεται ὁ τρόπος χρησιμοποίησεως τῶν τεχνικῶν λογαριθμικῶν κανόνων CASTELL τῶν τύπων RIETZ, DARMSTADT, ELEKTRO, SCHUL-D-STAB, DUPLEX καὶ NOVO-DUPLEX.

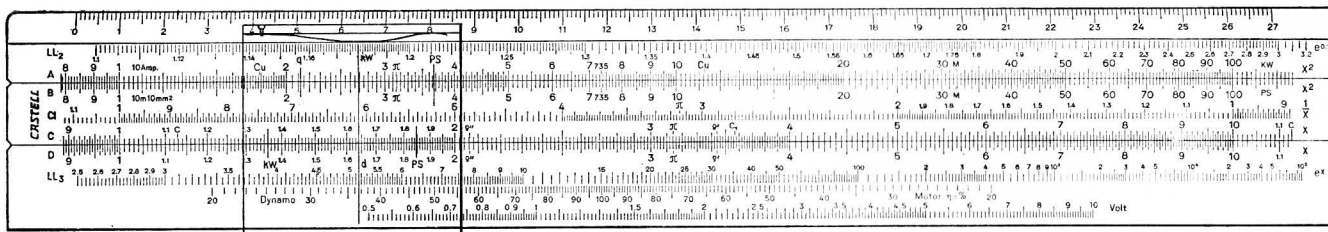


Σύστημα RIETZ

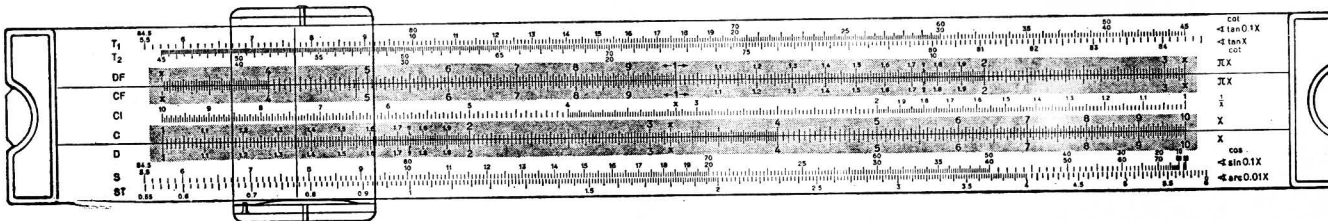
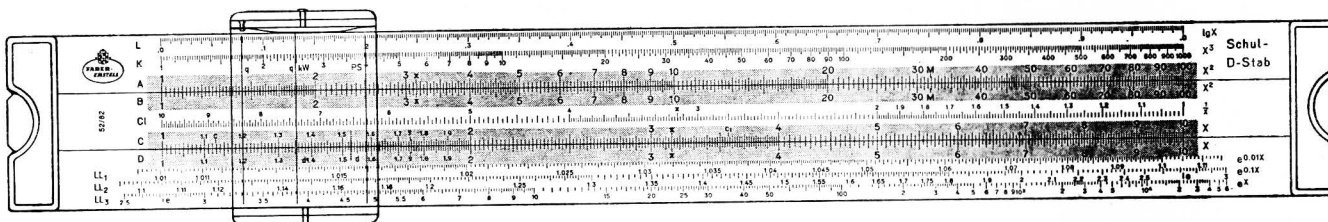
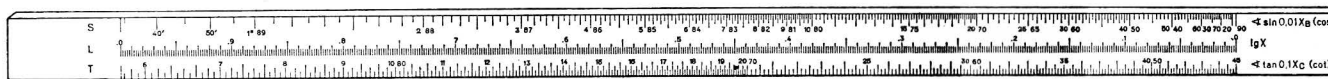


Σύστημα DARMSTADT



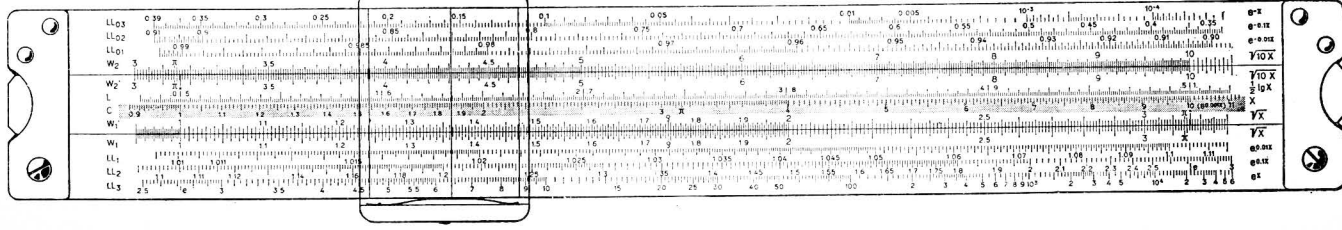


111/98

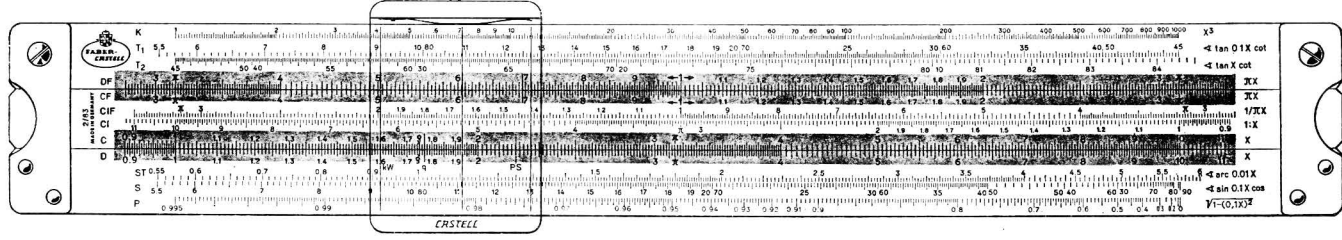


52/82

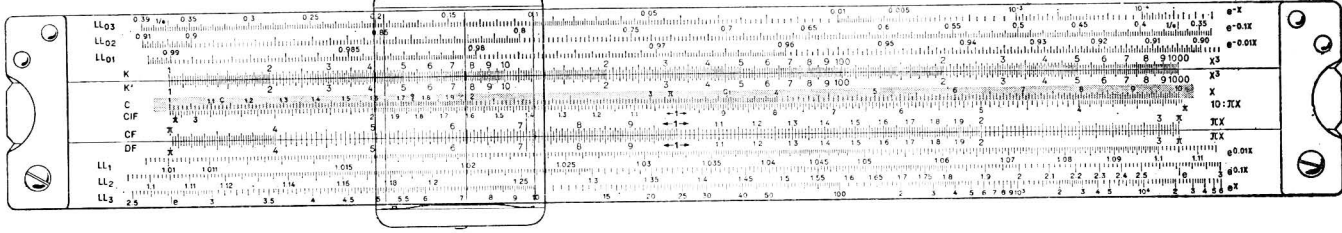
2/83 διστοβία ούψις



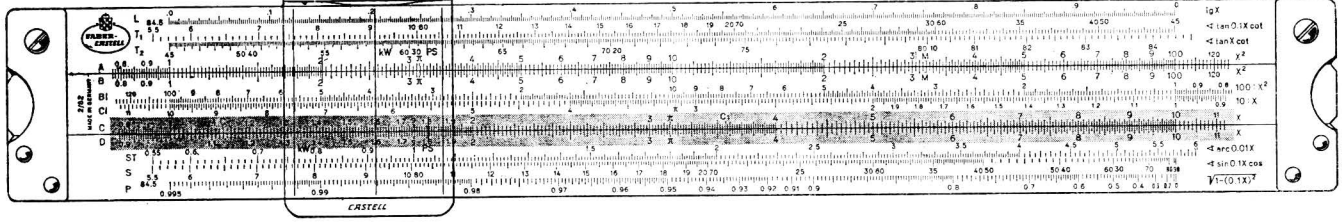
2/83 ξυπποσβία ούψις



2/82 διστοβία ούψις



2/82 ξυπποσβία ούψις



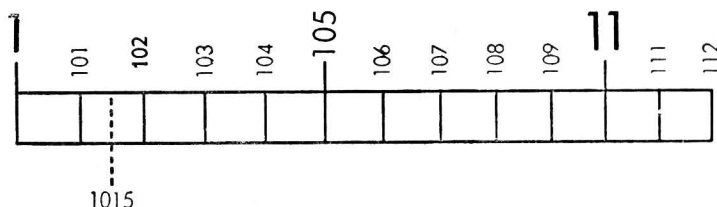
Αἱ ἀναγνώσεις ἐπὶ τῶν κλιμάκων.

Γενικὴ παρατήρησις.

Ὁ λογαριθμικὸς κανὼν δὲν δίδει τὴν τάξιν μεγέθους ἑνὸς ἀριθμοῦ. Ὅτιοι, ὁ ἀναγραφόμενος ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως ἀριθμὸς π.χ. 6 δύναται νὰ σημαίνη 6, 0,6, 60, 600, 6000, 0,006 κ.ο.κ. Ἡ θέσις τῆς ὑποδιαστολῆς καθορίζεται ἐκ τῶν ὑστέρων, βάσει χονδρικῆς ἐκτιμήσεως μὲ στρογγυλεμένους ἀριθμούς. Δεδομένου ὅτι, ἡ τάξις μεγέθους (καὶ ὡς ἐκ τούτου καὶ ἡ θέσις τῆς ὑποδιαστολῆς) τῆς λύσεως πλείστων πρακτικῶν προβλημάτων εἶναι γνωστὴ ἐκ τῶν προτέρων, δὲν ἀπαιτεῖται ἡ γνώσις εἰδικῶν κανόνων, διὰ τὴν τοποθέτησιν τῆς ὑποδιαστολῆς. Καλὸν εἶναι νὰ γνωρίζωμεν πρωτίστως καλῶς, τὰς δύο βασικὰς κλίμακας C καὶ D. Ἀφοῦ ἐξοικειωθῶμεν μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν αὐτῶν, θὰ ἐννοήσωμεν τὴν λειτουργίαν τῶν ὑπολοίπων κλιμάκων.

Αἱ κλίμακες λογαριθμικῶν κανόνων μὲ μήκος ὑποδιαίρεσεως 25 ἐκ., π.χ. αἱ κλίμακες C,D,CF,DF,CI εἰς τὸν κανόνα τύπου 62/83 καθὼς ἐπίσης καὶ αἱ κλίμακες W_1 , W_1' , W_2 , W_2' .

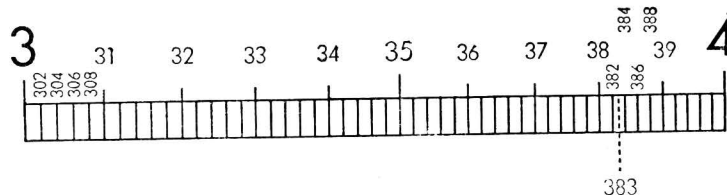
Τμῆμα τῆς κλίμακος μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν 1 καὶ 2
(Κλίμακες C καὶ D)



Σχῆμα 1

εἰς τὸ τμήμα αὐτὸ εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις τριψηφίων ἀριθμῶν (π.χ. 1-0-1). **Διχοτομοῦντες** τὴν ἀπόστασιν μεταξὺ δύο ὑποδιαίρεσεων, δυνάμεθα νὰ τοποθετήσωμεν ἐπὶ τῆς κλίμακος τετραψήφιον ἀριθμὸν (π.χ. 1-0-1-5). Ὁ τελευταῖος ἀριθμὸς ἰσοῦται εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν πάντοτε μὲ 5.

Τμῆμα τῆς κλίμακος, μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν 2 καὶ 4
(Κλίμακες C καὶ D)



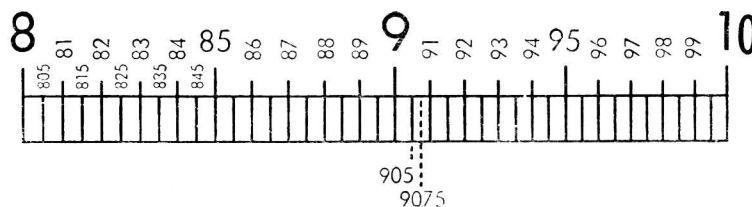
Σχῆμα 2

Ἐδῶ εἶναι δυνατὴ ἡ ἀκριβὴς ἀνάγνωσις τριψηφίων ἀριθμῶν (3-8-2). Ὁ τελευταῖος ἀριθμὸς εἶναι πάντοτε ἄρτιος (2,4,6,8). Οἱ περιττοὶ ἀριθμοὶ 1,3,5,7,9 (3-8-3) προκύπτουν διὰ τῆς διχοτομήσεως τοῦ τμήματος μεταξὺ δύο ὑποδιαίρεσεων.

Τὸ μεταξὺ τῶν ἐνδείξεων 1 καὶ 1.1 διάστημα διαιρεῖται εἰς 10 μέρη, ἕκαστον τῶν ὁποίων ὑποδιαίρεται ἐκ νέου εἰς 10 τμήματα (=1/100 ἢ 0,01 μεταξὺ δύο ὑποδιαίρεσεων)

Τὸ μεταξὺ τῶν ἐνδείξεων 3 καὶ 4 διάστημα διαιρεῖται εἰς 10 μέρη, ἕκαστον τῶν ὁποίων ὑποδιαίρεται ἐκ νέου εἰς 5 τμήματα. (=1/50 ἢ 0,02 μεταξὺ δύο ὑποδιαίρεσεων)

Τμήμα της υποδιαιρέσεως
μεταξύ των αριθμών 4 και
10
(Κλίμακες C και D)



Τὸ μεταξύ τῶν ἐνδείξεων 8
καὶ 9, καὶ 9 καὶ 10 διάστημα
διαιρεῖται εἰς 10 μέρη, ἕκαστον
τῶν ὁποίων υποδιαιρεῖται ἐκ
νέου εἰς 2 τμήματα.
(= 1/20 ἢ 0,05 μεταξύ δύο υπο-
διαιρέσεων)

Σχήμα 3

Ἐδῶ εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις τριψηφίων ἀριθμῶν, ἐφ' ὅσον τὸ τελευταῖον ψηφίον εἶναι τὸ 5 (9-0-5). Διὰ τῆς διχοτομήσεως τῆς ἀποστάσεως μεταξύ τῶν υποδιαιρέσεων, εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις τετραψηφίου ἀριθμοῦ. Τὸ τελευταῖον ψηφίον εἶναι, εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ὁ ἀριθμὸς 5 (9-0-7-5-).

Αἱ κλίμακες τῶν λογαριθμικῶν κανόνων τσέπης μὲ μήκος υποδιαιρέσεως 12,5 ἐκ.

Τμήμα μεταξύ τῶν υποδιαιρέσεων 1
καὶ 2

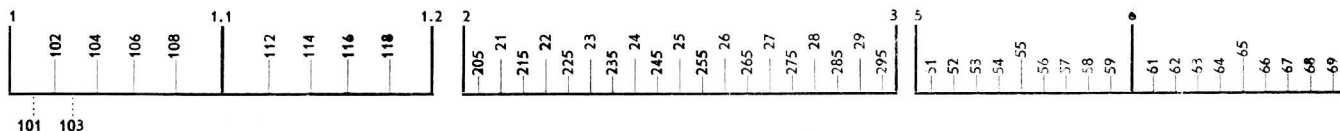
Μεταξύ τῶν ἐνδείξεων 1 καὶ 1,2

Τμήμα μεταξύ τῶν υποδιαιρέσεων 2
καὶ 5

Μεταξύ τῶν ἐνδείξεων 2 καὶ 3

Τμήμα μεταξύ τῶν υποδιαιρέσεων 5
καὶ 10

Μεταξύ τῶν ἐνδείξεων 5 καὶ 7



Σχήμα 4

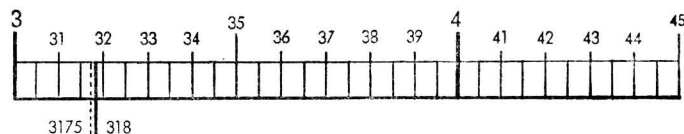
Ἐδῶ εἶναι δυνατὴ ἡ ἀκριβὴς ἀνάγνωσις τριψηφίων ἀριθμῶν. Ἡ ἀνάγνωσις τῶν περιττῶν ἀριθμῶν, ἐπιτυγχάνεται διὰ διχοτομήσεως τῆς ἀποστάσεως μεταξύ δύο υποδιαιρέσεων.

Καὶ ἐδῶ εἶναι δυνατὴ ἡ ἀκριβὴς ἀνάγνωσις τριψηφίων ἀριθμῶν, ἐφ' ὅσον τὸ τελευταῖον ψηφίον εἶναι τὸ 5.

Ἐδῶ εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις διψηφίων ἀριθμῶν, ἥτοι ὑπάρχει χαραγμένη ἡ πρὸς τοῦτο ἀπαιτουμένη υποδιαιρέσεις.

Αἱ δυνατότητες ἀναγνώσεως ἐπὶ τῶν κλιμάκων εἶναι πολὺ μεγαλύτεραι ἀπὸ τὰς ἐκτεθείσας. Ἀπαιτεῖται ὅμως πρὸς τοῦτο, ἡ ἐκτίμησις τοῦ ἀριθμοῦ μεταξύ δύο υποδιαιρέσεων.

Παράδειγμα. Διὰ τὴν τοποθέτησιν τοῦ ἀριθμοῦ 318 ἐπὶ τῆς κλίμακος, εὐρίσκομεν κατὰ πρῶτον τὸν ἀριθμὸν 3-1-7-5, διὰ τῆς διχοτομήσεως τοῦ τμήματος μεταξὺ τῶν ὑποδιαίρέσεων 3-1-5 καὶ 3-2. Ἐν συνεχείᾳ μετακινοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐλάχιστα πρὸς τὰ δεξιὰ, καὶ ἔχομεν οὕτω τὸν ἀριθμὸν 318.



Σχῆμα 5

Ἀπαιτεῖται κατ' ἀρχὴν ἐξάσκησης εἰς τὴν ἀσφαλῆ τοποθέτησιν καὶ τὴν ἀνάγνωσιν τῶν ἀριθμῶν ἐπὶ τῆς κλίμακος. Χρησιμοποιοῦμεν, πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτόν, ὅχι μόνον τὸν δρομέα, ἀλλὰ καὶ τὰς ὑποδιαίρέσεις 1 καὶ 10 τοῦ κινητοῦ στελέχους (κάτω ἀκμῇ).

Αἱ ἀναγνώσεις ἐπὶ τῶν κλιμάκων μὲ μῆκος ὑποδιαίρέσεως 50 ἑκ., π.χ. C,D καὶ Cl, ὡς καὶ τῶν κλιμάκων W_1, W_1', W_2, W_2' τοῦ λογαριθμικοῦ κανόνος τύπου $2/83$.

Αἱ ὑποδιαίρέσεις τῶν κλιμάκων αὐτῶν, εἶναι χαραγμέναι κατὰ μῆκος τῶν ἀκμῶν τοῦ κινητοῦ στελέχους, ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψεως τοῦ κανόνα. Κατὰ μῆκος τῆς κάτω ἀκμῆς εἶναι χαραγμέναι αἱ ὑποδιαίρέσεις 1-3,16, κατὰ μῆκος τῆς ἄνω ἀκμῆς αἱ ὑποδιαίρέσεις 3,16-10. Διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῶν κλιμάκων αὐτῶν ἐπιτυγχάνεται μεγαλύτερα ἀκρίβεια. Πλὴν ὅμως, διαφέρουν ὡς πρὸς τὴν ὑποδιαίρεσιν αὐτῶν, ἀπὸ τὰς κλίμακας μὲ ὑποδιαίρεσιν μήκους 25 ἑκ.

Τμῆμα μεταξὺ τῶν ὑποδιαίρέσεων 1 καὶ 2

Τὸ τμῆμα αὐτὸ διαιρεῖται κατ' ἀρχὰς εἰς δέκα μέρη, ἐπὶ τῶν ὁποίων εἶναι χαραγμένοι οἱ ἀριθμοὶ 1,1, 1,2, 1,3, 1,4... μέχρι 1,9. Ἐκαστον τῶν διαστημάτων αὐτῶν ὑποδιαίρεται εἰς 10 μικρότερα τμήματα. Τὰ τελευταῖα δὲν εἶναι ἡριθμημένα, λόγῳ ἐλλείψεως τοῦ απαιτουμένου χώρου. Τέλος, σημειοῦται τὸ μέσον τῶν ἄνωτέρω τμημάτων διὰ λεπτῆς γραμμῆς. Εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις: 1-1-2-5, 1-3-1-5, 1-4-4-5, 1-5-2-5, 1-7-1-5... 1-9-7-5.

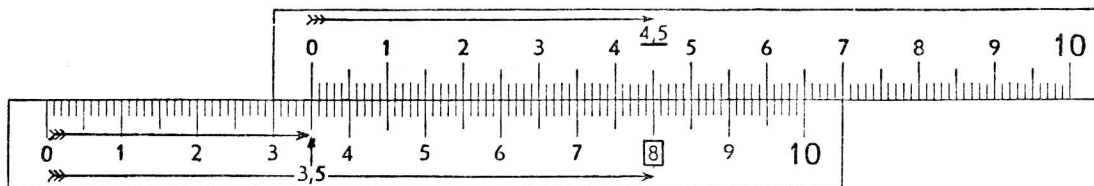
Τμῆμα μεταξὺ τῶν ὑποδιαίρέσεων 2 καὶ 5

Τὸ μεταξὺ δύο ἀκεραίων ἀριθμῶν διάστημα, διαιρεῖται καὶ ἐδῶ κατ' ἀρχὰς εἰς δέκατα. Ἀριθμοῦνται μόνον αἱ ὑποδιαίρέσεις 2, 2,5, 3, 3,5, 4, 4,5 καὶ 5. Τὸ μεταξὺ δύο δεκάτων τμῆμα ὑποδιαίρεται ἐπίσης εἰς δέκατα. Πλὴν ὅμως, δὲν ἀριθμεῖται τὸ μέσον τῆς νέας αὐτῆς ὑποδιαίρέσεως. Ἀρχίζοντες ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν 2 καὶ χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν θέσιν ἑστῆς ὑποδιαστολῆς, διαβάζομεν εἰς τὸν κανόνα τὰς τιμὰς: 2-0-0, 2-0-1, 2-0-2, 2-0-3, 2-0-4, 2-0-5, 2-0-6, κ.ο.κ. μέχρι 4-9-7, 4-9-8, 4-9-9, 5-0-0.

Τὸ τμῆμα μεταξὺ τῶν ὑποδιαίρέσεων 5 καὶ 10 διαιρεῖται ἐπίσης εἰς δέκατα. Πλὴν ὅμως, ἡ μεταξὺ δύο δεκάτων περιοχὴ ὑποδιαίρεται εἰς πέντε τμήματα. Αἱ ἐπὶ τοῦ κανόνος κεχαραγμέναι γραμμαὶ-ἀρχίζοντες ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν 5-σημαίνουν: 5-0-0, 5-0-2, 5-0-4, 5-0-6, 5-0-8, 5-1-0, 5-1-2 κ.ο.κ. μέχρι 9-9-6, 9-9-8, 1-0-0.

Σύστημα ἐπὶ τοῦ ὁποίου στηρίζονται οἱ ὑπολογισμοὶ μὲ τὸν λογαριθμικὸν κανόνα.

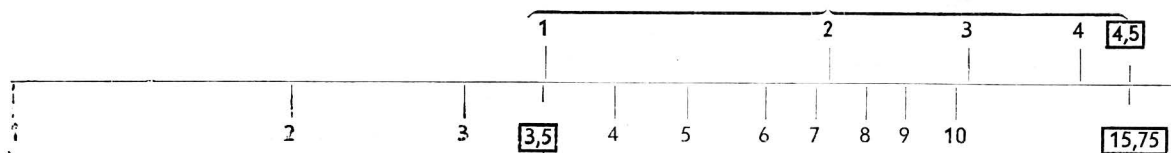
Ἐὰν τοποθετήσωμεν δύο συνήθη ὑποδεκάμετρα, τὸ ἓν παραπλεύρως τοῦ ἄλλου (βλ. σχ. 6), διαβάζομεν δεξιὰ τὸ ἀποτέλεσμα $3,5 + 4,5 = 8$ (ἥτοι **πρόσθεσις**) καὶ ἀριστερὰ $8 - 4,5 = 3,5$ (ἥτοι **ἀφαίρεσις**).



Σχῆμα 6

Ἐὰν τοποθετήσωμεν τώρα, μὲ τὸν αὐτὸν τρόπον, δύο κλίμακας ἑνὸς λογαριθμικοῦ κανόνου, τὴν μίαν πλησίον τῆς ἄλλης (σχ. 7), προκύπτουν τὰ κάτωθι ἀποτελέσματα:

$$3,5 \cdot 4,5 = 15,75 \text{ (ἥτοι **πολλαπλασιασμός**)}$$
$$\text{ἢ } 15,75 : 4,5 = 3,5 \text{ (ἥτοι **διαίρεσις**)}$$



Σχῆμα 7

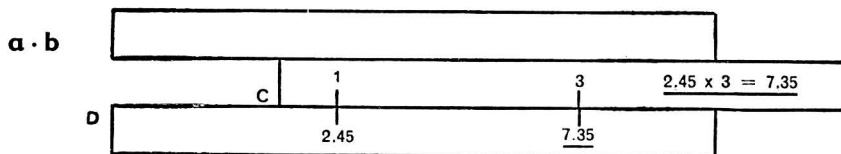
Συμπέρασμα

Ἡ πρόσθεσις ἐπὶ τοῦ λογαριθμικοῦ κανόνου ἰσοδυναμεῖ πρὸς πολλαπλασιασμόν. Ἡ ἀφαίρεσις ἐπὶ τοῦ λογαριθμικοῦ κανόνου ἰσοδυναμεῖ πρὸς διαίρεσιν.

Ο Πολλαπλασιασμός

Διά να πολλαπλασιάσωμεν δύο αριθμούς, προσθέτομεν τὰ μήκη τῆς κλίμακος, τὰ ὅποια ἀντιστοιχοῦν εἰς τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοὺς. Χρησιμοποιοῦμεν πρὸς τοῦτο κατ' ἐξοχὴν τὰς κλίμακας C καὶ D.

Παράδειγμα: $2,45 \cdot 3 = 7,35$



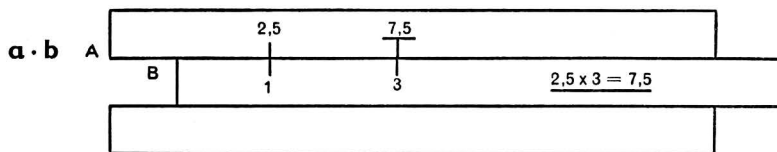
Σχῆμα 8

Ἡ ὑποδιαίρεσις I εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ κινητοῦ στελέχους (C I) τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν 2,45 τῆς κλίμακος εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ κανόνος (D 245).

Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐν συνεχείᾳ ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως 3, τῆς κλίμακος κατὰ μῆκος τῆς κάτω ἀκμῆς τοῦ κινητοῦ στελέχους (C 3). Τὸ ζητούμενον γινόμενον 7,35, διαβάζεται κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως, ἐπὶ τῆς κλίμακος D (D 735).

Ὁ ὑπολογισμὸς δύναται νὰ γίνη καὶ μὲ τὰς κλίμακας A καὶ B, πλὴν ὅμως ἡ ἀκρίβεια τῆς ἀναγνώσεως εἶναι μικροτέρα.

Παράδειγμα: $2,5 \cdot 3 = 7,5$

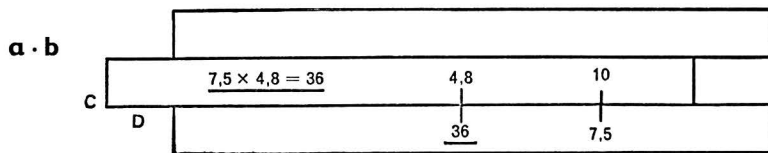


Σχῆμα 9

Ἡ ὑποδιαίρεσις I εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ κινητοῦ στελέχους (B I), τοποθετεῖται κάτω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν 2,5 τῆς κλίμακος εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ κανόνος (A 25).

Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως 3 τῆς κλίμακος κατὰ μῆκος τῆς ἄνω ἀκμῆς τοῦ κινητοῦ στελέχους (B 3). Τὸ γινόμενον 7,5 διαβάζεται ἐπὶ τῆς κλίμακος A (A 75) τοῦ κανόνος, κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως.

Παράδειγμα: $7,5 \cdot 4,8 = 36$



Σχῆμα 10

Συμβαίνει πολλάκις, κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν κλιμάκων C καὶ D καὶ ἀφοῦ τοποθετήσωμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C I τοῦ κινητοῦ στελέχους, ἐπὶ τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς τὸν πολλαπλασιαστέον (7,5) ὑποδιαίρεσεως τῆς κλίμακος D, νὰ μὴν εἶναι δυνατὴ ἡ τοποθέτησις τοῦ πολλαπλασιαστοῦ (3,5) ἐπὶ τοῦ κινητοῦ στελέχους, δεδομένου ὅτι ἡ ἀντίστοιχος ὑποδιαίρεσις κεῖται ἔκτος τοῦ κανόνος. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, τοποθετοῦμεν τὸ τέλος C 10 ἀντὶ τῆς ἀρχῆς C I τοῦ κινητοῦ στελέχους, ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν τῆς κλίμακος D ἣτις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν πολλαπλασιαστήν.

Ὁ ἐξησηκήμενος εἰς τὴν χρῆσιν τοῦ κανόνος, ἀναγνωρίζει ἀμέσως ἐὰν θὰ τοποθετήσῃ τὴν ἀρχὴν C I ἢ τὸ τέλος C 10 τοῦ κινητοῦ στελέχους, ἐπάνω ἀπὸ τὸν πολλαπλασιαστέον.

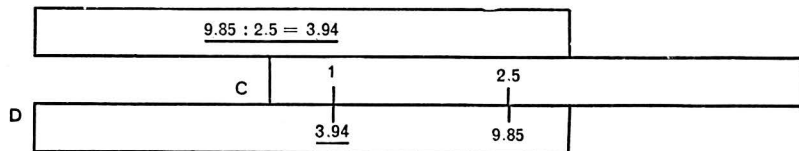
Παραδείγματα:

Τοποθέτηση της υποδιαίρεσης C I επάνω από τον πολλαπλασιαστέον: $1,82 \cdot 3,9 = 7,1$, $0,246 \cdot 0,37 = 0,091$, $213 \cdot 0,258 = 54,95$
Τοποθέτηση της υποδιαίρεσης C IO επάνω από τον πολλαπλασιαστέον: $4,63 \cdot 3,17 = 14,67$, $0,694 \cdot 0,484 = 0,336$.

Ἡ Διαίρεσις

Με τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως τοποθετοῦμεν τὸν διαιρετέον ἐπὶ τῆς κλίμακος D καὶ τὸν διαιρέτην ἐπὶ τῆς κλίμακος C, ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου. Τὸ πηλίκον διαβάζεται κάτω ἀπὸ τὴν ἀρχὴν C I ἢ τὸ τέλος C IO τοῦ κινητοῦ στελέχους.

Παράδειγμα: $9,85 : 2,5 = 3,94$



Σχήμα II

Τοποθετοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς υποδιαίρεσεως τῆς κλίμακος D ἢ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν διαιρετέον 9,85. Τοποθετοῦμεν ἐν συνεχείᾳ τὴν υποδιαίρεσιν τῆς κλίμακος C ἢ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν διαιρέτην 2,5 κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως. Κάτωθεν τῆς ἀρχῆς C I τοῦ κινητοῦ στελέχους καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος D διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα 3,94

Παραδείγματα: $970 : 26,8 = 36,2$, $285 : 3,14 = 90,7$, $7500 : 835 = 8,98$, $0,685 : 0,454 = 1,51$, $68 : 258 = 0,264$

Συνδυασμὸς πολλαπλασιασμῶν καὶ διαιρέσεων

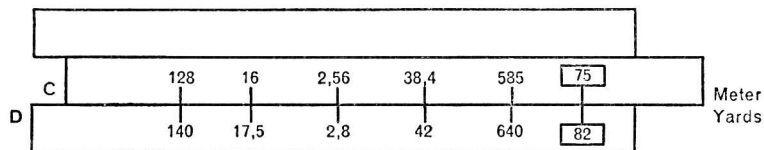
Παράδειγμα: $\frac{13,8 \cdot 24,5 \cdot 3,75}{17,6 \cdot 29,6 \cdot 4,96} = 0,491$

Ἀρχίζομεν πάντοτε μὲ τὴν διαιρέσιν καὶ συνεχίζομεν ἐναλλάξ μὲ πολλαπλασιασμὸν καὶ διαιρέσιν. Δὲν εἶναι ἀπαραίτητος ἡ ἀνάγνωσις τῶν ἐνδιαμέσων ἀποτελεσμάτων. Τοποθετοῦμεν κατ' ἀρχὰς τὰς υποδιαίρεσεις D I-3-8 καὶ C I-7-6 ἐπὶ μιᾶς κατακορύφου τῇ βοήθειᾳ τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως (διαίρεσις). Τὸ ἐνδιάμεσον ἀποτέλεσμα, περίπου 0,8 ἐπὶ τῆς κλίμακος D καὶ κάτω ἀπὸ τὴν υποδιαίρεσιν C IO, δὲν διαβάζεται ἀλλὰ πολλαπλασιάζεται ἀμέσως ἐπὶ 24,5 διὰ τῆς τοποθετήσεως τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς υποδιαίρεσεως C 2-4-5. Τὸ ἀποτέλεσμα (περίπου 1-9 ἐπὶ τῆς κλίμακος D) διαιρεῖται ἐν συνεχείᾳ διὰ τοῦ 29,6 ἥτοι κρατοῦμεν σταθερὸν τὸν δρομέα καὶ τοποθετοῦμεν κάτωθεν αὐτοῦ τὴν υποδιαίρεσιν C 2-9-6 τοῦ κινητοῦ στελέχους. Ἐπακολουθεῖ ὁ πολλαπλασιασμὸς τοῦ ἀποτελέσματος (0,65 ἐπὶ τῆς κλίμακος D κάτωθεν τῆς υποδιαίρεσεως C IO) ἐπὶ 3-7-5 καὶ ἐν συνεχείᾳ ἡ διαίρεσις διὰ τοῦ 4,96 κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. Τὸ ἀποτέλεσμα 0,491 διαβάζεται κάτω ἀπὸ τὴν υποδιαίρεσιν C IO ἐπὶ τῆς κλίμακος D.

Παραδείγματα: $\frac{38,9 \cdot 1,374 \cdot 16,3}{141,2 \cdot 2,14} = 2,883$, $\frac{1,89 \cdot 7,68 \cdot 8,76}{0,723 \cdot 4,76} = 36,97$

Κατάστρωσις πινάκων

Με την βοήθειαν του κανόνος δυνάμεθα να καταστρώσωμεν πίνακας μετατροπής μονάδων μήκους, βάρους κ.λ.π. ἐφ' ὅσον βεβαίως εἶναι γνωστή ἡ ἀντίστοιχος σχέσις μεταξύ τῶν μονάδων. Ἐὰν εἶναι γνωστή ἡ τιμὴ τῆς μονάδος π.χ. 1 Ἴντσα=25,4 χλσ., τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C I ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἀντίστοιχον τιμὴν. Ἐὰν εἶναι γνωστή μία σχέσις μεταξύ τῶν μονάδων, π.χ. 75 λίμπρες=34 χγρ., τοποθετοῦμεν τὰς ἀντιστοίχους ὑποδιαίρεσεις τῶν κλιμάκων C καὶ D ἐπὶ κατακορύφου. Παράδειγμα: Θέλομεν νὰ μετατρέψωμεν ὕρδας εἰς μέτρα. 82 ὕρδαί ἀντιστοιχοῦν μὲ 75 μέτρα.



Σχῆμα 12

Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C 75 ὑπὲρ ἀνὰ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 82. Ὁ πίναξ μετατροπῆς ἔχει καταστρωθῇ καὶ δυνάμεθα νὰ διαβάσωμεν : 42 ὕρδαί = 38,4 μ., 2,8 ὕρδαί = 2,56 μ., 640 ὕρδαί = 585 μ., 16 μ. = 17,5 ὕρδαί, 128 μ. = 140 ὕρδαί κ.ο.κ.

Παραδείγματα:

1 Ἴντσα = 25,4 χλσ. (σχέσις 26''=66 ἐκ.). Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C I (ἀριστερὸν τῆς κλίμακος C) ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 2-5-4 (2-5-4 ἐπὶ τῆς κλίμακος D) καὶ διαβάζομεν μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως:
17 Ἴντσαι = 43,2 ἐκ.
38 Ἴντσαι = 96,5 ἐκ.

1 μ. ὑφάσματος στοιχίζει 45 δρχ. Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C I ὑπὲρ ἀνὰ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 45 καὶ ἀναγινώσκομεν μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως:
3,20 μ. ὑφάσματος τιμῶνται 144 δρχ.
2,40 μ. ὑφάσματος τιμῶνται 108 δρχ.

Σχέσις μετατροπῆς νομισμάτων.

1 \$ = DM 4.-

Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C 10 ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν D 4-0-0 καὶ διαβάζομεν μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως:
\$ 2.61 = DM 10,44
\$ 4.73 = DM 18,92

Ἐὰν κατὰ τὴν κατάστρωσιν πινάκων ἡ ἀνάγνωσις ἢ ἡ τοποθέτησις ὠρισμένων τιμῶν ἐπὶ τοῦ κανόνος δὲν εἶναι δυνατὴ ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι οἱ ἀριθμοὶ αὗτοί κεῖνται ἐπὶ τοῦ προεξέχοντος τοῦ κανόνος τμήματος τοῦ κινητοῦ στελέχους, ἐργαζόμεθα κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὡς εἰς τὴν σελίδα 10 (Σχ. 10). Ἦτοι, τοποθετοῦμεν τὸν δρομέα ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως C I καὶ μετακινοῦμεν τὸ κινητὸν στέλεχος μέχρις ὅτου ἡ ὑποδιαίρεσις C 10 τοποθετηθῇ κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως καὶ εἰς τὴν θέσιν ὅπου προηγουμένως ἦτο τοποθετημένη ἡ ὑποδιαίρεσις C I.

Ὑπολογισμὸς μὲ τὴν ἀντίστροφον κλίμακα C I.

Ἡ κλίμαξ αὕτη φέρει τὰς ὑποδιαίρεσεις I — 10, ἥτοι ὁμοιάζει ὡς πρὸς τὴν εἰκόνα τῆς ὑποδιαίρεσεως, μὲ τὰς κλίμακας C καὶ D. Πλὴν ὅμως εἶναι διατεταγμένη κατ' ἀντίστροφον φοράν, δι' ὃ καὶ εἶναι ἐρυθρὸ χρώματος. Διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως αὐτῆς προκύπτουν διάφοροι δυνατότητες ὑπολογισμοῦ.

I. Δίδεται ἓνας ἀριθμὸς α καὶ ζητεῖται ὁ ἀντίστροφος ἀριθμὸς I : α. Ὁ ἀριθμὸς α τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος C ἢ C I καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου διαβάζεται ἐπὶ τῆς κλίμακος C I ἢ C, ὁ ἀντίστροφος ἀριθμὸς. Ἡ ἀνάγνωσις ἐπιτυγχάνεται ἀνευ τῆς μετακινήσεως τοῦ κινητοῦ στελέχους, καὶ μόνον τῇ βοηθείᾳ τοῦ δρομέως, ἐνῶ τὸ κινητὸν στέλεχος εἶναι τοποθετημένον εἰς τὴν «μηδενικὴν θέσιν» (ἥτοι C I κεῖται ἀκριβῶς ἐπάνω ἀπὸ τὸ D I).

Παραδείγματα: I : 8 = 0,125, I : 2 = 0,5, I : 4 = 0,25, I : 3 = 0,333.

2. Διὰ τῶν κλιμάκων D καὶ CI εἶναι δυνατὴ ἐπίσης ἡ ἐκτέλεσις πολλαπλασιασμοῦ. Πολλοὶ χρησιμοποιοῦν τὴν μέθοδον αὐτήν.

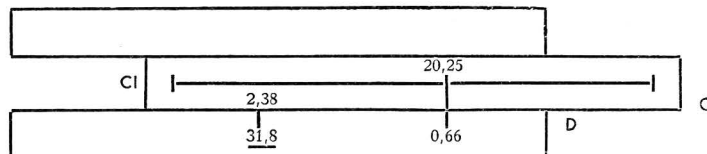
Παράδειγμα : $0,66 \cdot 20,25 = 13,37$.

Ἡ πορεία εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς διὰ τὴν διαίρεσιν. Ὅτοι, τοποθετοῦμεν κατ' ἀρχὰς τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως 0,66 τῆς κλίμακος D, τοποθετοῦμεν ἐν συνεχείᾳ τὴν ὑποδιαίρεσιν 20,25 ἐπὶ τῆς κλίμακος C I κάτωθεν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως καὶ διαβάζομεν τὸ γινόμενον κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C I, ἐπὶ τῆς κλίμακος D.

3. Εἶναι εὐκόλος ὁ πολλαπλασιασμός πε-
ρισσοτέρων ἀριθμῶν.

Παράδειγμα : $0,66 \cdot 20,25 \cdot 2,38 = 31,8$.

Σχῆμα 13



Πολλαπλασιάζομεν τοὺς δύο πρώτους παράγοντας ὡς ἀνωτέρω. Ἡ ὑποδιαίρεσις C I εὐρίσκεται ὑπεράνω τῆς ὑποδιαίρεσεως 13,37 (ἐνδιάμεσον ἀποτέλεσμα) καὶ οὕτω ὁ κανὼν εἶναι ἔτοιμος διὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν ἐπὶ τὸν ἐπόμενον παράγοντα (συμφώνως πρὸς τὴν μέθοδον τῆς σελίδος 6). Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως C 2,38 καὶ τὸ ἀποτέλεσμα 31,8 διαβάζεται ἐπὶ τῆς κλίμακος D. Θὰ ἡδυνάμεθα νὰ ἐκτελέσωμεν ἀμέσως νέον πολλαπλασιασμὸν διὰ τῆς τοποθετήσεως τοῦ ἐπομένου παράγοντος κάτωθεν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς κλίμακος CI καὶ τῆς ἀναγνώσεως τοῦ ἀποτελέσματος ἐπὶ τῆς κλίμακος D, κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C I. Ὅτοι, σειρά πολλαπλασιασμῶν διὰ τῆς χρησιμοποιοῦσεως τῶν κλιμάκων D καὶ CI (μέθοδος βλ. ἀνωτέρω) καὶ τῶν κλιμάκων C καὶ D ἐν συνεχείᾳ (βλ. σελὶς 6). Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ ὑποδιαίρεσις τοῦ κινητοῦ στελέχους εὐρίσκεται ἐπὶ τοῦ προεξέχοντος τοῦ κανόνος τμήματος αὐτοῦ, ἐργαζόμεθα κατ' ἀνάλογον τρόπον ὡς εἰς τὴν σελίδα 10.

4. Συνδυασμὸς πολλαπλασιασμῶν καὶ διαιρέσεων

Καὶ εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν εἶναι δυνατὴ ἡ ἐπιφελὴς χρησιμοποίησις τῆς κλίμακος CI.

Παράδειγμα : $\frac{36,4}{3,2 \cdot 4,6} = 2,47$

Κατ' ἀρχὴν διαιρέσεις. Ὅτοι, γραμμὴ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 3-6-4, ἐν συνεχείᾳ ὑποδιαίρεσις C 3-2 κάτωθεν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως (ἐνδιάμεσον ἀποτέλεσμα 11,37 κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C I). Ἡ ὑποδιαίρεσις C I εὐρίσκεται τοποθετημένη ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως D 11,37 καὶ οὕτω ὁ κανὼν εἶναι ἔτοιμος διὰ τὸν ἐπόμενον πολλαπλασιασμὸν ἐπὶ τὸν παράγοντα $\frac{1}{4,6}$ ὁ ὁποῖος ἐκτελεῖται μετὰ τὴν βοήθειαν τῆς κλίμακος CI $\left(\frac{1}{C}\right)$. Μετακινῶμεν λοιπὸν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως CI 4,6 καὶ διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα 2,472 κάτωθεν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος D.

Παραδείγματα: $\frac{44}{4,85 \cdot 3,66} = 2,48$ $\frac{4,774}{0,63 \cdot 1,24} = 6,11$ $\frac{23,1}{2,73 \cdot 17,9} = 0,473$.

Ἡ κλίμαξ CI χρησιμοποιεῖται ἐπίσης εἰς τοὺς τριγωνομετρικοὺς καὶ ἐκθετικοὺς ὑπολογισμούς.

Υπολογισμοί με τὰς κλίμακας CF, DF, CIF

1. Κατάστρωση πινάκων

Ἡ ἀρχὴ τῶν κλιμάκων CF καὶ DF ἔχει μετατεθῇ κατὰ τὸ μέγεθος π . Ὡς ἐκ τούτου ὁ ἀριθμὸς I κεῖται περίπου εἰς τὸ μέσον τῆς κλίμακος. Δυνάμεθα ὥς ἐκ τούτου κατὰ τὴν κατάστρωσιν πινάκων νὰ μὴ διακόπτωμεν τοὺς ὑπολογισμοὺς διὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ κινητοῦ στελέχους ἐκ τῆς ὑποδιαίρεσεως C I εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν C 10 πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται συχνὰ κατὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς με τὰς κλίμακας C καὶ D.

Παράδειγμα: 75 λίμπρες ἀντιστοιχοῦν εἰς 34 χλγρ. Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C 3-4 ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 7-5 καὶ ἔχομεν τὴν μετατροπὴν τῶν λιμπρῶν εἰς χλγρ. Βεβαίως δὲν δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὰς κλίμακας διὰ ποσότητος μεγαλυτέρας τῶν 50 χλγρ. (ὑποδιαίρεσις C 5). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν χρησιμοποιοῦμεν τὰς κλίμακας CF καὶ DF καὶ τοποθετοῦμεν με τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως, τὰς ἐπιθυμητὰς τιμὰς ἐπ' αὐτῶν.

Ἐὰν ἡ σχέσις μετατροπῆς (π.χ. 75 λίμπρες = 34 χλγρ.) δὲν εἴναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστή, ἀλλὰ γνωρίζομεν τὴν σχέσιν I λίμπρα = 0,454 χλγρ. τοποθετοῦμεν τὰς ὑποδιαίρεσεις CF I καὶ DF 4-5-4 ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ ἔχομεν οὕτω τὴν δυνατότητα μετατροπῆς τῶν λιμπρῶν εἰς χλγρ.

2. Πολλαπλασιασμός

Ἐὰν κατὰ τὸν πολλαπλασιασμόν ἐπὶ τῶν κλιμάκων C καὶ D, ὁ πολλαπλασιαστής κεῖται ἐπὶ τοῦ προεξέχοντος τοῦ κανόνος τμήματος τοῦ κινητοῦ στελέχους ἀπαιτεῖται μετατόπισις τοῦ τελευταίου ἐκ τῆς ὑποδιαίρεσεως C I εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν C 10. Δυνάμεθα νὰ ἀποφύγωμεν τὴν μετατόπισιν αὐτὴν τοποθετοῦντες τὸν πολλαπλασιαστὴν ἐπὶ τῆς κλίμακος CF καὶ διαβάζοντες τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς κλίμακος DF.

Παράδειγμα: $2,91 \cdot 4 = 11,64$.— Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C I ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου με τὴν ὑποδιαίρεσιν D 2-9-1 καὶ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως CF 4. Ἐπὶ τῆς ὑπερκειμένης κλίμακος DF διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα 11,64.

Παραδείγματα πρὸς ἐξάσκησιν: $18,4 \cdot 7,4 = 136,1$, $42,25 \cdot 3,7 = 156,3$, $1,937 \cdot 6 = 11,62$

3. Πολλαπλασιασμός καὶ διαιρέσεις διὰ τοῦ ἀριθμοῦ π

Ἡ μετὰθεσις ἐκ τῶν κλιμάκων C καὶ D εἰς τὰς κλίμακας CF καὶ DF ἀντιστοίχως, εἶναι δυνατὴ τῇ βοηθείᾳ τοῦ δρομέως καὶ δίδει τὸ γινόμενον τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ π .

Παράδειγμα: $1,184 \cdot \pi = 3,72$.— Ἐκκινούμεν ἐκ τῆς μηδενικῆς θέσεως τοῦ κινητοῦ στελέχους (C I ὑπεράνω D I καὶ C 10 ὑπεράνω D 10) τοποθετοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 1-1-8-4 καὶ διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα 3,72 ἐπὶ τῆς κλίμακος DF.

Ὁ ἀντίστροφος δρόμος δίδει τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως διὰ τοῦ π .

Παράδειγμα: $\frac{18,65}{\pi} = 5,94$.— Τοποθετοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως DF 1-8-6-5 καὶ διαβάζομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος D τὸ ἀποτέλεσμα 5,94.

Παράδειγμα πρὸς ἐξάσκησιν:

Ἐμβαδὸν μιάς ἐλλείψεως: $F = a \cdot b \cdot \pi$, $F = 5,25 \cdot 2,22 \cdot \pi = 36,6$

Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C 10 ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 5-2-5 καὶ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως C 2-2-2 καὶ διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα 36,6 ἐπὶ τῆς κλίμακος DF. Δὲν ἀπαιτεῖται ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἐνδιαμέσου ἀποτελέσματος 11,65 τῆς κλίμακος D.

Ὑπολογισμοὶ μὲ τὴν ἀντίστροφον τετραγωνικὴν κλίμακα ΒΙ

Ἡ υποδιαίρεσις τῆς ἀντιστρόφου τετραγωνικῆς κλίμακος ΒΙ, εἶναι ἀντίστροφος τῆς υποδιαίρεσεως Δ. Ἡ κλίμαξ χρησιμοποιεῖται ὡς τετραγωνικὴ τοιαύτη ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν κλίμακα CΙ, καὶ ὡς ἀντίστροφος τοιαύτη ἐν συνδυασμῷ μὲ τὰς κλίμακας Α καὶ Β. Ἡ χρησιμοποίησις τῆς κλίμακος αὐτῆς παρουσιάζει πλεονεκτήματα προκειμένου περὶ συνθέτων πράξεων.

Δυνάμεθα νὰ ἐκτελέσωμεν τοὺς αὐτοὺς ὑπολογισμοὺς ὡς οὗτοι ἐξετέθησαν εἰς τὰ ἐδάφια 1-5 τῆς σελίδος 12, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀντὶ τῶν κλιμάκων Α, Β, CΙ, C καὶ Δ, χρησιμοποιοῦμεν τώρα τὰς κλίμακας Δ, C, ΒΙ, Β καὶ Α.

Παραθέτομεν κατωτέρω ἓνα παράδειγμα συνθέτου ἀριθμητικοῦ ὑπολογισμοῦ εἰς τὸν ὁποῖον ἡ μετάβασις ἐκ τῶν κλιμάκων Α καὶ Β εἰς τὴν κλίμακα ΒΙ παρουσιάζει πλεονεκτήματα.

Παράδειγμα: $(2,45 \cdot 3)^2 \cdot 2,27 = 122,6$.

Τοποθετοῦμεν τὴν υποδιαίρεσιν C Ι ὑπεράνω τῆς υποδιαίρεσεως Δ 2-4-5 καὶ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς υποδιαίρεσεως C 3, δὲν διαβάζομεν τὸ ἐνδιάμεσον ἀποτέλεσμα 7,35 (ἐπὶ τῆς κλίμακος Δ) ἀλλὰ εὐρίσκομεν ἀμέσως ὑπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος Α τὸ τετράγωνον 54 (διὰ τὴν εὑρεσιν τοῦ τετραγώνου ἐνὸς ἀριθμοῦ, βλέπε κατωτέρω).

Πολλαπλασιάζομεν τὸν ὡς ἂν ἀριθμὸν ἐπὶ 2,27 διὰ τῆς τοποθετήσεως τῆς υποδιαίρεσεως ΒΙ 2-2-7 κάτωθεν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως. Ὑπεράνω τῆς υποδιαίρεσεως Β Ι καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος Α, διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα 122,6

Παράδειγμα: Ζητεῖται ἡ ἐπιφάνεια σφαίρας, ἀκτίνος $r = 7,2$ ἐκ.

$O = 4 \pi r^2 = 651$ τετρ. ἐκ. Τοποθετοῦμεν τὴν υποδιαίρεσιν ΒΙ 4 κάτωθεν τῆς υποδιαίρεσεως Α π καὶ διαβάζομεν ὑπεράνω τῆς υποδιαίρεσεως C 7-2 καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος Α, τὴν τιμὴν τοῦ ἐμβαδοῦ $O = 651$ τετραγ. ἐκ.

Τετράγωνον καὶ τετραγωνικὴ ρίζα (NOVO-DUPLEX, βλ. σελὶς 29)

Τὸ τετράγωνον ἐνὸς ἀριθμοῦ εὐρίσκεται διὰ τῆς μεταβάσεως ἐκ τῆς κλίμακος C ἢ Δ εἰς τὴν κλίμακα Β ἢ Α, διὰ χρησιμοποίησεως πρὸς τοῦτο κατὰ προτίμησιν τῆς κατακορύφου γραμμῆς εἰς τὸ μέσον τοῦ δρομέως. Τοποθετοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς τιμῆς Δ καὶ διαβάζομεν ἐπὶ τῆς ὑπερκειμένης κλίμακος Α τὸ τετράγωνον τοῦ ἀριθμοῦ.

Παράδειγμα: Ὑπολογισμός τοῦ ἐμβαδοῦ τετραγώνου πλευρᾶς 47 ἐκ.

$F = 47^2 = 2209$ τετρ. ἐκ. Τοποθετοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς υποδιαίρεσεως Δ 4-7 καὶ διαβάζομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος Α τὸ ἀποτέλεσμα 2209.

Παραδείγματα πρὸς ἐξάσκησιν: $1,345^2 = 1,81$, $4,57^2 = 20,9$, $0,765^2 = 0,585$, $67,3^2 = 4530$, $9,7^2 = 94,1$, $10,7^2 = 114,5$.

Ἡ ἐξαγωγή τῆς τετραγωνικῆς ρίζας ἐκτελεῖται κατ' ἀντίστροφον τρόπον. Ὁ ἀριθμὸς τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος Α καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῆς τετραγωνικῆς ρίζας αὐτοῦ γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος Δ. Κατὰ τὴν τοποθέτησιν τοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ τῆς κλίμακος Α πρέπει νὰ τηρῇται ὁ κατωτέρω γενικὸς κανὼν:

Ὁ ἀριθμὸς θὰ τοποθετεῖται εἰς τὸ ἀριστερὸν τῆς κλίμακος καὶ μεταξὺ τῶν υποδιαίρεσεων 1-10, ἐφ' ὅσον ὁ ἀριθμὸς τῶν ψηφίων πρὸ τῆς υποδιαστολῆς ἢ ὁ ἀριθμὸς τῶν μηδενικῶν μετὰ τὴν υποδιαστολὴν εἶναι περιττός.

Ὁ ἀριθμὸς θὰ τοποθετεῖται εἰς τὸ δεξιὸν τῆς κλίμακος καὶ μεταξὺ τῶν υποδιαίρεσεων 10-100, ἐφ' ὅσον ὁ ἀριθμὸς τῶν ψηφίων πρὸ τῆς υποδιαστολῆς ἢ ὁ ἀριθμὸς τῶν μηδενικῶν μετὰ τὴν υποδιαστολὴν εἶναι ἄρτιος.

Δυνάμεθα επίσης νά τοποθετήσωμεν τὸν ἀριθμὸν εἰς ἓν ἐκ τῶν τμημάτων τῆς κλίμακος 1-10 καὶ 10-100, ἀφοῦ προηγουμένως χωρίσωμεν τὸν ἀριθμὸν εἰς δυνάμεις τοῦ 10.

Παραδείγματα: $\sqrt[3]{1936}$. Χωρίζομεν τὸν ἀριθμὸν $\sqrt[3]{1936} = \sqrt[3]{100 \cdot 19,36} = 10 \cdot \sqrt[3]{19,36} = 10 \cdot 4,4 = 44$

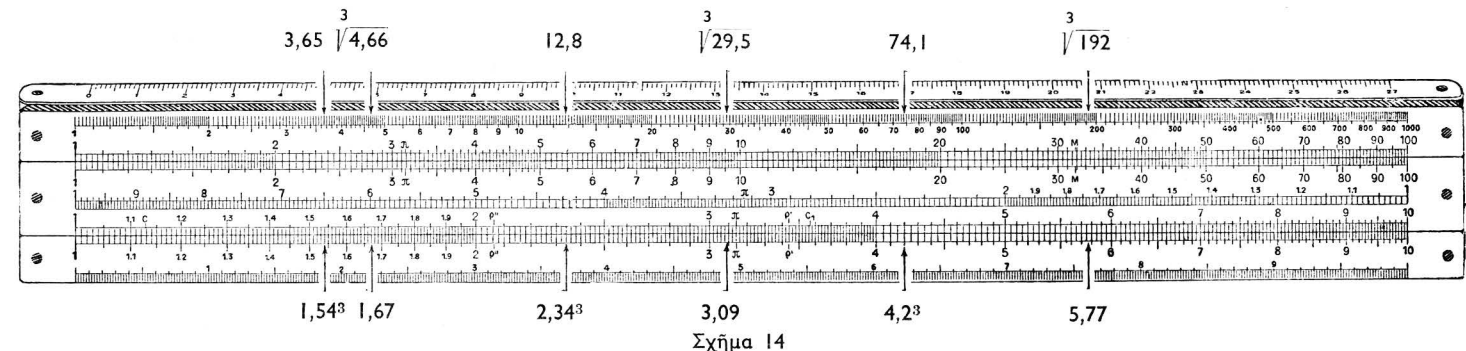
$$\sqrt[3]{0,543} = \sqrt[3]{54,3 : 100} = \sqrt[3]{54,3} : 10 = 7,37 : 10 = 0,737, \quad \sqrt[3]{0,00378} = \sqrt[3]{37,8 : 10.000} = \sqrt[3]{37,8} : 100 = 6,15 : 100 = 0,0615.$$

Παραδείγματα πρὸς ἐξάσκησιν: $\sqrt[3]{10,24} = 3,2$, $\sqrt[3]{62} = 7,88$, $\sqrt[3]{4,56} = 2,14$, $\sqrt[3]{7,68} = 2,77$, $\sqrt[3]{45,3} = 6,73$, $\sqrt[3]{70,8} = 8,41$.

Ὑπολογισμὸς μὲ τὴν κυβικὴ κλίμακα K

Ἡ κυβικὴ κλίμαξ K ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰ τρία τμήματα τῶν ὑποδιαιρέσεων 1-10, 10-100 καὶ 100-1000 καὶ χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν κλίμακα D. Ὁ δρομεὺς τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς τιμῆς D καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ κύβου αὐτοῦ, γίνεται ἐπὶ τῆς ὑπερκειμένης κλίμακος K. Προσέξατε εἰς τοὺς λογαριθμικοὺς κανόνας τύπου 1/98, 111/98, 4/98, ὅτι ἡ κυβικὴ κλίμαξ εὑρίσκεται τοποθετημένη ἐπὶ τῆς ἐμπροσθίας ὀψews τοῦ κανόνας. Ὁ τρόπος χρήσεως εἶναι ὁ αὐτός. Ἦτοι, τοποθετήσης τῆς γραμμῆς τοῦ δρομεῶς ἐπὶ τῆς τιμῆς D, καὶ ἀνάγνωσις εἰς τὴν κλίμακα K, ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου.

Παραδείγματα: $1,54^3 = 3,65$, $2,34^3 = 12,8$, $4,2^3 = 74,1$.



Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς ρίζας, ἐργαζόμεθα ἀντιστρόφως. Ὁ ἀριθμὸς τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος K καὶ ἡ ἀνάγνωσις γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος D.

Παραδείγματα: $\sqrt[3]{4,66} = 1,67$, $\sqrt[3]{29,5} = 3,09$, $\sqrt[3]{192} = 5,77$.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ποὺ ὁ ἀριθμὸς εἶναι μικρότερος τοῦ 1 ἢ μεγαλύτερος τοῦ 1000, οὗτος τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος ἀφοῦ προηγουμένως χωρίσωμεν αὐτὸν εἰς καταλλήλους δυνάμεις τοῦ 10, ὅπως ἐπράξαμεν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς τετραγωνικῆς ρίζας.

Κύβοι και κυβικαί ρίζαι εἰς τὸν λογαριθμικὸν κανόνα 2/82.

Διὰ τὰς κυβικὰς κλίμακας Κ καὶ Κ', αἵτινες ἔχουσι χαραθῇ ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψews τοῦ κανόνος καὶ κατὰ μῆκος τῆς ἄνω ἀκμῆς τοῦ κινητοῦ στελέχους, ἰσχύει ἡ σχέσις: $1g \times^3 = 3 \ 1g \times$. Ἦτοι, εἰς τὴν δεκάδα τῆς βασικῆς κλίμακος, ἀντιστοιχοῦν τρεῖς δεκάδες τῶν ἀνωτέρω κλιμάκων Κ καὶ Κ'. Διὰ τὸν ὑπολογισμόν τοῦ κύβου μεταβαίνομεν ἐκ τῆς κλίμακος C, ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψews τοῦ κινητοῦ στελέχους, εἰς τὰς κλίμακας Κ καὶ Κ'. Παραδείγματα δι' ἄσκησιν: $1,54^3 = 3,65$, $2,34^3 = 12,8$, $4,2^3 = 74,1$, $6,14^3 = 232$, $8,82^3 = 686$, $0,256^3 = 0,0168$, $8,98^3 = 724$.

 a^3

Ἡ ἐξαγωγή τῆς κυβικῆς ρίζας ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς μεταβάσεως ἐκ τῶν κλιμάκων Κ καὶ Κ' εἰς τὴν κλίμακα C καὶ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως. Οἱ μονοψήφιοι ἀριθμοὶ τοποθετοῦνται εἰς τ' ἀριστερά, οἱ διψήφιοι εἰς τὸ μέσον καὶ οἱ τριψήφιοι εἰς τὰ δεξιά τῆς κλίμακος.

 $\sqrt[3]{a}$

Παραδείγματα δι' ἄσκησιν: $\sqrt[3]{4,66} = 1,67$, $\sqrt[3]{29,5} = 3,09$, $\sqrt[3]{192} = 5,77$, $\sqrt[3]{6,8} = 1,895$, $\sqrt[3]{0,645} = 0,864$, $\sqrt[3]{1953} = 12,5$.

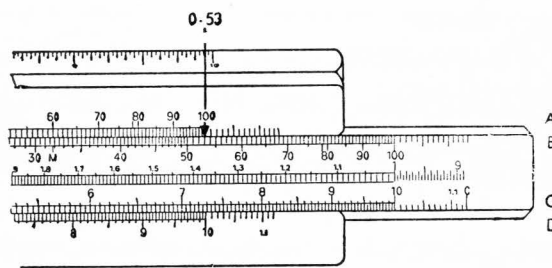
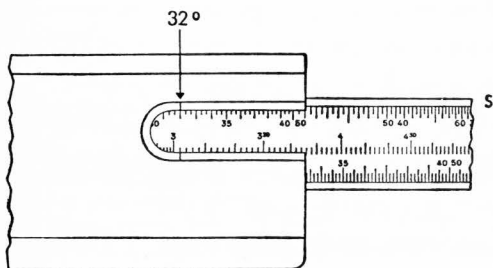
Ὑπολογισμοὶ μὲ τὰς τριγωνομετρικὰς κλίμακας S καὶ T (Συστήματα RIETZ καὶ ELEKTRO)

Ἡ κλίμαξ τῶν ἡμιτόνων S χρησιμοποιεῖται εἰς τοὺς κανόνας $1/87$, $111/87$, $111/87 A$ καὶ $4/87$ ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν κλίμακα C. Τὸ δεκαπλάσιον τῆς τιμῆς τοῦ ἡμιτόνου (SINUS) διαβάζεται ἐπὶ τῆς κλίμακος C τῇ βοήθειᾳ τῆς υποδιαίρεσεως D 10 καὶ D 1 ἀντιστοίχως.

Παράδειγμα: $\eta\mu 32^\circ = 0,53$.

Ἀναστρέφωμεν τὸν κανόνα καὶ ἐργαζόμεθα ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψews αὐτοῦ. Μετακινοῦμεν τὸ κινητὸν στέλεχος δεξιά, μέχρις ὅτου ἡ χαραγμένη γραμμὴ ἐπάνω ἀπὸ τὴν δεξιὰν ἐγκοπὴν συναντήσῃ τὴν υποδιαίρεσιν 32° (μαύρη ἀρίθμησης) τῆς κλίμακος τῶν ἡμιτόνων.

Ἐὰν ἀναστρέψωμεν τὸν κανόνα, δυνάμεθα νὰ διαβάσωμεν ἐπάνω ἀπὸ τὴν υποδιαίρεσιν D 10 τοὺς ἀριθμοὺς 5-3. Ἀποτέλεσμα 0,53.


 $\sin a$
 $\cos a$

Σχῆμα 15

Θὰ ἠδυνάμεθα νὰ μετακινήσωμεν καὶ τὸ κινητὸν στέλεχος πρὸς τὰ ἀριστερά καὶ νὰ τοποθετήσωμεν τὴν υποδιαίρεσιν τῶν 32° κάτωθεν τῆς χαραγμένης γραμμῆς, ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἀριστερὰν ἐγκοπὴν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀποτελέσματος γίνεται ἄνωθεν τῆς υποδιαίρεσεως D 1. Ὁ τρόπος αὗτός χρησιμοποιεῖται μὲ ἐπιτυχίαν προκειμένου περὶ μικρῶν γωνιῶν.

Παράδειγμα: $\eta\mu 6^\circ 50' = 0,119$.

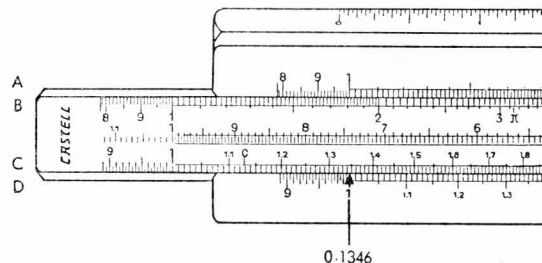
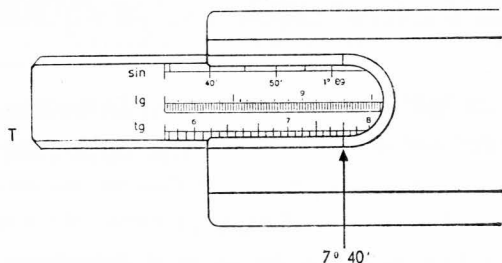
Μετακινούμεν τὸ κινητὸν στέλεχος πρὸς τὰ ἄριστερά μέχρις ὅτου ἡ χαραγμένη γραμμὴ ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἄριστεράν ἐγκοπὴν συναντήσῃ τὴν ὑποδιαίρεσιν $6^{\circ} 50'$. Ἀναστρέφωμεν τὸν κανόνα καὶ εὐρίσκομεν ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως D I τοὺς ἀριθμοὺς I-I-9. Πρὸς εὐρεσιν τοῦ συνημιτόνου (COS) μιᾶς γωνίας, χρησιμοποιούμεν τὴν κλίμακα τῶν ἡμιτόνων πρὸς τὰ ἄριστερά (ἐρυθρὰ ἀρίθμησης).

Ὁ τρόπος ἐργασίας μὲ τοὺς κανόνας 1/60, 1/98, 111/98 καὶ 4/98 εἶναι ὁ αὐτός. Ἡ κλίμαξ τῶν ἡμιτόνων χρησιμοποιεῖται ἐνταῦθα ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν κλίμακα B. Ἡ ἀρχὴ (A I) καὶ τὸ τέλος (A 100) τῆς ὑποδιαίρεσεως A, δεικνύουν τὸ ἀποτέλεσμα. Οἱ διαβαζόμενοι ὁμως ἀριθμοὶ πρέπει νὰ διαιροῦνται διὰ τοῦ 100. Ἡ κλίμαξ B ἀρχίζει ἐπομένως ἀπὸ 0,01 καὶ καταλήγει εἰς 1,0.

Ἡ κλίμαξ τῶν ἐφαπτομένων T ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν κλίμακα C. Τοῦτο ἰσχύει δι' ὅλους τοὺς τύπους τῶν κανόνων οἱ ὁποῖοι περιγράφονται ἐνταῦθα, ἐξαιρέσει τοῦ τύπου 4/98. Ἐπὶ τῆς κλίμακος C διαβάζομεν τὰς τιμὰς ἀπὸ 0,1-1. Αἱ ὑποδιαίρεσεις D I ἢ D 10 δεικνύουν τὸ ἀποτέλεσμα. Ἐνταῦθα χρησιμοποιεῖται μόνον ἡ γραμμὴ ἢ ὁποία εἶναι χαραγμένη κάτωθεν τῆς ἄριστερᾶς ἐγκοπῆς, τῆς ὀπισθίας ὀψεως τοῦ κανόνα. Ἡ ἀνάγνωσις γίνεται κατὰ τὸν αὐτὸν γνωστὸν τρόπον ὡς καὶ εἰς τὴν κλίμακα τῶν ἡμιτόνων.

Παράδειγμα: $\epsilon\phi 7^{\circ} 40' = 0,1346$

Ἐπὶ τοῦ ἀντεστραμένου κανόνα, μετακινούμεν τὸ κινητὸν στέλεχος πρὸς τὰ ἄριστερά, μέχρις ὅτου ἡ χαραγμένη γραμμὴ εἰς τὸ κάτω μέρος τῆς ἄριστερᾶς ἐγκοπῆς συμπίπτῃ μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν $7^{\circ} 40'$. Ἐὰν ἀναστρέψωμεν ἐκ νέου τὸν κανόνα δυνάμεθα νὰ ἀναγνώσωμεν ὑπεράνω τῆς ὑποδιαίρεσεως D I, τοὺς ἀριθμοὺς 1-3-4-6. Ἀντιθέτως, δυνάμεθα νὰ τοποθετήσωμεν ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως D I τὴν τιμὴν τῆς ἐφαπτομένης 0,1346 καὶ νὰ ἀναγνώσωμεν ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψεως τὴν ἀντιστοιχοῦσαν γωνίαν $7^{\circ} 40'$. Τὴν τιμὴν τῆς συνεφαπτομένης (COT) 7,43 εὐρίσκομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος D κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C I ἢ C 10.



Σχῆμα 16

Ἡ ἐφαπτομένη ἢ συνεφαπτομένη γωνίας μεγαλύτερας τῶν 45° εὐρίσκεται βάσει τῶν σχέσεων $\sigma\phi\alpha \alpha = \epsilon\phi (90^{\circ} - \alpha)$ ἢ $\sigma\phi\alpha \alpha = \frac{1}{\epsilon\phi \alpha}$

Διὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς ἀνωτέρω σχέσεως τοποθετοῦμεν τὴν τιμὴν τῆς γωνίας (π.χ. $23^{\circ} 40'$) ἐπάνω ἀπὸ τὴν γραμμὴν ἀναγνώσεως τῆς ὀπισθίας ὀψεως τοῦ κανόνα. Ἡ τιμὴ τῆς ἐφαπτομένης 0,438 διαβάζεται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν D I. Μὲ τὴν βοήθειαν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως, εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς ἀντιστρόφου κλίμακος C I, ἡ τιμὴ τῆς συνεφαπτομένης 2,28.

Εἰς τὸν κανόνα τύπου 4/98, ἡ κλίμαξ τῶν ἐφαπτομένων χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν κλίμακα B. Ἐργαζόμεθα κατὰ τὸν γνωστὸν τρόπον, ἀλλὰ διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς κλίμακος B, ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως A I. Ὁ ἀριθμὸς τῆς ἀναγνώσεως διαιρεῖται διὰ τοῦ 100.

Εἰς τοὺς κανόνες τοῦ τύπου 1/87, 111/87, 111/87 Α καὶ 4/87 ὑπάρχει ἡ κλίμαξ ἡμιτόνου-ἐφαπτομένης ST ἣτις χρησιμοποιεῖται προκειμένου περὶ μικρῶν γωνιῶν ἀπὸ 34'—5" 43'. Ἡ διαφορά μεταξὺ ἡμιτόνου καὶ ἐφαπτομένης τῶν γωνιῶν αὐτῶν εἶναι ἄνευ σημασίας, δι' ὃ καὶ ἡ κλίμαξ ST δύναται νὰ χρησιμεύσῃ συγχρόνως εἰς τὴν ἀνάγνωσιν τῶν δύο τιμῶν. Χρησιμοποιοῦμεν τὴν δεξιὰ κάτω γραμμὴν ἀναγνώσεως. Αἱ ἐπὶ τῆς κλίμακος C ἀναγνώσκονται τιμαὶ πρέπει νὰ διαιροῦνται διὰ τοῦ 100. Αἱ ἐπὶ τῆς κλίμακος D ἀναγνώσκονται τιμαὶ τῆς συνεφαπτομένης πρέπει νὰ πολλαπλασιάζονται ἐπὶ 10.

Παράδειγμα: $\eta\mu\ 3^0\ 38' \approx \epsilon\phi\ 3^0\ 38' \approx 0,0634$

Ἡ ὑποδιαίρεσις 3° 38' τῆς κλίμακος ST τοποθετεῖται ἄνωθεν τῆς δεξιᾶς κάτω γραμμῆς ἀναγνώσεως. Ἐπὶ τῆς κλίμακος C τῆς ἐμπροσθίας ὀψews τοῦ κανόνος καὶ ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως D 10 διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα 0,0634.

Εἰς τὴν περίπτωσιν διαδοχικῶν ἀναγνώσεων ἐφαπτομένων καὶ ἡμιτόνων ἀντιστρέφομεν τὸ κινητὸν στέλεχος τοῦ κανόνος καὶ τὸ ἐπανατοποθετοῦμεν ἔτσι ὥστε ἡ κλίμαξ τῶν ἡμιτόνων νὰ ὀλισθαίνῃ κατὰ μῆκος τῆς κλίμακος A καὶ ἡ κλίμαξ τῶν ἐφαπτομένων κατὰ μῆκος τῆς κλίμακος D. Δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν οὕτω τὸν κανόνα ἐν εἴδει πίνακος ἐπὶ τοῦ ὁποίου διαβάζομεν μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως τὰς ζητούμενας τιμὰς.

Χρησιμοποίησις τῶν ἐνδείξεων ρ διὰ τριγωνομετρικοὺς ὑπολογισμοὺς

Αἱ ἐνδείξεις ρ' καὶ ρ'' εἶναι χαραγμέναι ἐπὶ τῶν κλιμάκων C καὶ D καὶ χρησιμοποιοῦνται πρὸς καθορισμὸν τῶν τριγωνομετρικῶν συναρτήσεων πολὺ μικρῶν γωνιῶν. Ἐδῶ δὲν ὑφίσταται πλέον διαφορά μεταξὺ τῆς τιμῆς τοῦ ἡμιτόνου τῆς ἐφαπτομένης ἢ τοῦ τόξου.

Ἡ ἐνδείξις ρ' ἣτις εἶναι χαραγμένη μεταξὺ τῶν ὑποδιαίρεσεων 34 καὶ 35 ἐπὶ τῶν κλιμάκων C καὶ D, χρησιμοποιεῖται ὅταν ἡ γωνία δίδεται εἰς λεπτά.

Παράδειγμα: $\eta\mu\ 17' \approx \epsilon\phi\ 17' \approx \tau\omicron\varsigma\ 17' = 0,00495$

Τοποθετοῦμεν τὴν ἐνδείξιν ρ' ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 17 καὶ εὐρίσκομεν τὴν τιμὴν τῆς συναρτήσεως ἐπὶ τῆς κλίμακος D καὶ κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C 10.

Ἡ ἐνδείξις ρ'' εὐρίσκεται μεταξὺ τῶν ὑποδιαίρεσεων 20 καὶ 21 τῶν κλιμάκων C καὶ D καὶ ἰσχύει ὅταν ἡ γωνία δίδεται εἰς δευτερόλεπτα (ἦτοι εἶναι μικρότερα τοῦ 1').

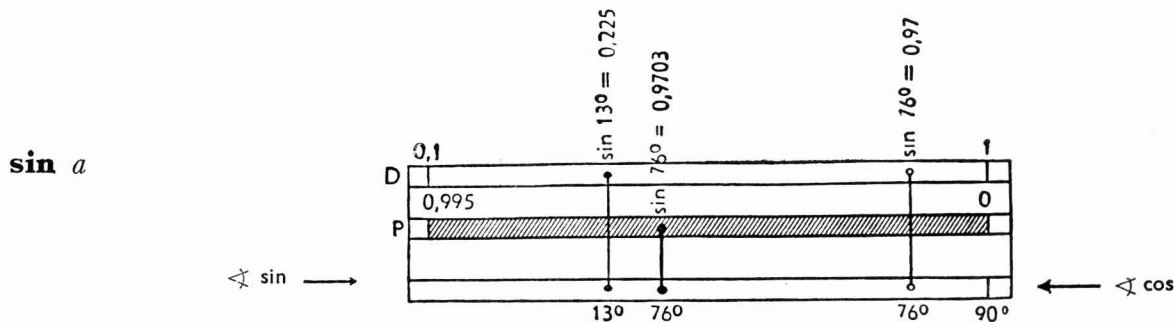
Παράδειγμα: $\eta\mu\ 43'' \approx \epsilon\phi\ 43'' \approx \tau\omicron\varsigma\ 43'' = 0,0002085$.

Ἡ ἐνδείξις ρ'' τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 43 καὶ ἡ τιμὴ τῆς συναρτήσεως εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς κλίμακος D κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C 1.

Αἱ τριγωνομετρικαὶ κλίμακες με δεκαδικὰς ὑποδιαίρεσεις (Σύστημα DARMSTADT)

Χρησιμοποίησις τῶν κλιμάκων ὡς πινάκων

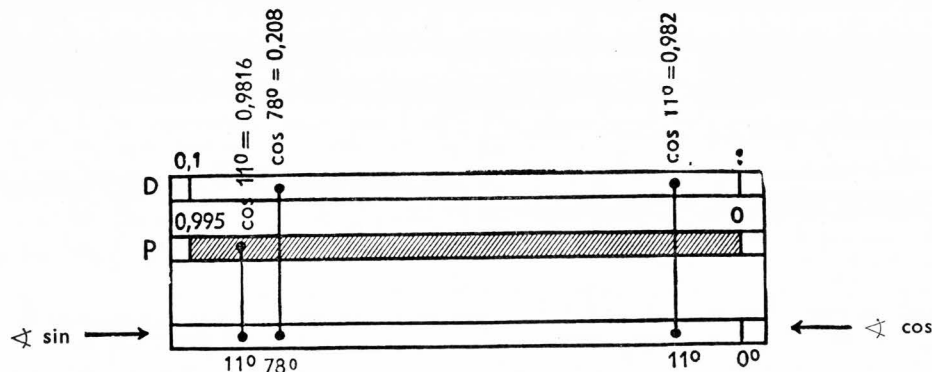
Ἡ ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἄριστερά ἀνάγνωσις τῶν **μαύρων ἀριθμῶν** τῆς κλίμακος ἡμιτόνων-συνημιτόνων, δίδει ἐν συνδυασμῷ μετὰ τὴν **(μαύρη) κλίμακα D** τιμὰς ἡμιτόνων. Ἡ ἐξ ἄριστερῶν πρὸς δεξιὰ ἀνάγνωσις τῶν **ἐρυθρῶν ἀριθμῶν** ἐπὶ τῆς αὐτῆς κλίμακος δίδει ἐν συνδυασμῷ μετὰ τὴν **(ἐρυθρὰ) κλίμακα P** ἐπίσης τιμὰς ἡμιτόνων. Προκειμένου περὶ μικρῶν γωνιῶν, ἡ πρώτη μέθοδος δίδει ἀκριβέστερα ἀποτελέσματα, ἐνῶ προκειμένου περὶ μεγάλων γωνιῶν ἡ δευτέρα. Εἰς τὸ σχῆμα 17 ἀνεγνώσθη διὰ $\eta\mu 76^\circ$ ἡ τιμὴ 0,97 διὰ τῆς πρώτης καὶ ἡ ἀκριβεστέρα τιμὴ 0,9703 διὰ τῆς δευτέρας μεθόδου.



Σχῆμα 17.

Ἡ ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἄριστερά ἀνάγνωσις τῶν **ἐρυθρῶν ἀριθμῶν** τῆς κλίμακος ἡμιτόνων-συνημιτόνων δίδει ἐν συνδυασμῷ μετὰ τὴν **(μαύρη) κλίμακα D** τιμὰς συνεμιτόνων. Ἡ ἐξ ἄριστερῶν πρὸς δεξιὰ ἀνάγνωσις τῶν **μαύρων ἀριθμῶν** ἐπὶ τῆς αὐτῆς κλίμακος δίδει ἐν συνδυασμῷ μετὰ τὴν **(ἐρυθρὰ) κλίμακα P** ἐπίσης τιμὰς συνεμιτόνων.

Προκειμένου περὶ μεγάλων γωνιῶν ἡ πρώτη μέθοδος δίδει ἀκριβέστερα ἀποτελέσματα, ἐνῶ προκειμένου περὶ μικρῶν γωνιῶν ἡ δευτέρα. Εἰς τὸ σχῆμα 18 ἀνεγνώσθη διὰ $\sin 11^\circ$ ἡ τιμὴ 0,982 διὰ τῆς πρώτης μεθόδου καὶ ἡ ἀκριβεστέρα τιμὴ 0,9816 διὰ τῆς δευτέρας.



$\cos a$

Σχήμα 18

Ἡ ἀπομνημόνευσις τῶν ἀνωτέρω δυνατοτήτων ἀναγνώσεως εἶναι εὐκόλος διὰ τοῦ κάτωθι γενικοῦ κανόνος.

Προκειμένου περὶ ἀναγνώσεως τῆς τιμῆς ἡμιτόνων χρησιμοποιοῦνται ἀριθμητικαὶ ἐνδείξεις τοῦ αὐτοῦ χρώματος, προκειμένου περὶ ἀναγνώσεως τῆς τιμῆς τοῦ συνημιτόνου χρησιμοποιοῦνται ἀριθμητικαὶ ἐνδείξεις διαφόρου χρώματος.

Ἡ ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ ἀνάγνωσις τῶν **μαύρων ἀριθμῶν** τῆς κλίμακος τῶν ἐφαπτομένων δίδει, ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν (**μαύρην**) **κλίμακα D**, τιμὰς ἐφαπτομένων. Ἡ ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἀνάγνωσις τῶν **ἐρυθρῶν ἀριθμῶν** τῆς αὐτῆς κλίμακος δίδει, ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν (**μαύρην**) **κλίμακα D**, τιμὰς συνεφαπτομένων. Δημιουργεῖται κατ' ἀρχὴν ἡ ἐντύπωσις ὅτι ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς τῆς ἐφαπτομένης εἶναι μόνον δυνατὴ διὰ γωνίας μικροτέρας τῶν 45°, ἢ τῆς συνεφαπτομένης διὰ γωνίας μεγαλυτέρας τῶν 45°. Δεδομένου ὅμως ὅτι αἱ τιμαὶ τῆς ἐφαπτομένης καὶ συνεφαπτομένης μιᾶς γωνίας εἶναι ἀριθμοὶ ἀντίστροφοι, εἶναι δυνατὴ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς κλίμακος CI ἢ ἀνάγνωσις τῶν ἀντιστοίχων τιμῶν ὅλων τῶν γωνιῶν. Χρησιμοποιοῦνται ἐν συνδυασμῷ.

προκειμένου περὶ ἐφαπτομένης	διὰ γωνίας μικροτέρας τῶν 45° διὰ γωνίας μεγαλυτέρας τῶν 45°	οἱ μαῦροι ἀριθμοὶ μὲ τὶς κλίμακες C ἢ D οἱ ἐρυθροὶ ἀριθμοὶ μὲ τὴν κλίμακα CI
προκειμένου περὶ συνεφαπτομένης	διὰ γωνίας μικροτέρας τῶν 45° διὰ γωνίας μεγαλυτέρας τῶν 45°	οἱ μαῦροι ἀριθμοὶ μὲ τὴν κλίμακα CI οἱ ἐρυθροὶ ἀριθμοὶ μὲ τὶς κλίμακες C ἢ D

Οι ύπολογισμοί με τὰς τριγωνομετρικὰς κλίμακας S, T₁, T₂ καὶ ST (DUPLEX καὶ NOVO-DUPLEX)

Αἱ κλίμακες S, T₁ καὶ T₂

Αἱ τριγωνομετρικαὶ κλίμακες S, T₁ καὶ T₂ φέρουν δεκαδικὰς ὑποδιαίρεσεις καὶ δίδουν ἐν συνδυασμῷ μετὰ τὰς βασικὰς κλίμακας C καὶ D τὰς τιμὰς τῶν τριγωνομετρικῶν συναρτήσεων.

Κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν κλιμάκων T₁, T₂ καὶ S ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰς κλίμακας D, P καὶ CI ὡς πινάκων τριγωνομετρικῶν συναρτήσεων, ἰσχύουν οἱ κάτωθι κανόνες:

Ἡ ἀνάγνωσις τῶν **μαύρων ἀριθμῶν** τῆς κλίμακος S δίδει ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(μαύρην) κλίμακα D** τιμὰς ἡμιτόνων, ὡς ἐπίσης καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῶν **ἐρυθρῶν ἀριθμῶν** ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(ἐρυθρὰ) κλίμακα P**. Προκειμένου περὶ μικρῶν γωνιῶν, ἡ πρώτη μέθοδος δίδει ἀκριβέστερα ἀποτελέσματα, ἐνῶ προκειμένου περὶ μεγάλων γωνιῶν ἡ δευτέρα.

Ἡ ἀνάγνωσις τῶν **ἐρυθρῶν ἀριθμῶν** ἐπὶ τῆς κλίμακος S δίδει ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(μαύρην) κλίμακα D** τιμὰς συνημιτόνων, ὡς ἐπίσης καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῶν **μαύρων ἀριθμῶν** ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(ἐρυθρὰ) κλίμακα P**. Προκειμένου περὶ μεγάλων γωνιῶν, ἡ πρώτη μέθοδος δίδει ἀκριβέστερα ἀποτελέσματα, ἐνῶ προκειμένου περὶ μικρῶν γωνιῶν ἡ δευτέρα.

Ἡ ἀνάγνωσις τῶν **(μαύρων) ἀριθμῶν** ἐπὶ τῶν δύο κλιμάκων T δίδει ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(μαύρην) κλίμακα D** τιμὰς ἐφαπτομένων (μέχρι γωνίας 84,28°), ὡς ἐπίσης καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῶν **ἐρυθρῶν ἀριθμῶν** ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(ἐρυθρὰν) κλίμακα CI**.

Ἡ ἀνάγνωσις τῶν **ἐρυθρῶν ἀριθμῶν** ἐπὶ τῶν δύο κλιμάκων T δίδει ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(μαύρην) κλίμακα D** τιμὰς συνεφαπτομένων, ὡς καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῶν **μαύρων ἀριθμῶν** ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν **(ἐρυθρὰν) κλίμακα CI**.

ημ 13° = 0,225	/ S 13° (μαῦρο)	— D 0,225 (μαῦρο)
ημ 76° = 0,9703	/ S 76° (ἐρυθρό)	— P 0,9703 (ἐρυθρό)
συν 11° = 0,9816	/ S 11° (μαῦρο)	— P 0,9816 (ἐρυθρό)
συν 78° = 0,208	/ S 78° (ἐρυθρό)	— D 0,208 (μαῦρο)
εφ 32° = 0,625	/ T ₁ 32° (μαῦρο)	— D 0,625 (μαῦρο)
εφ 57° = 1,54	/ T ₂ 57° (μαῦρο)	— D 1,54 (μαῦρο)
σφ 18° = 3,08	/ T ₂ 18° (ἐρυθρό)	— D 3,08 (μαῦρο)
σφ 75° = 0,268	/ T ₁ 75° (ἐρυθρό)	— D 0,268 (μαῦρο)

Αἱ ἀναγνώσεις αὐταὶ ἐνεργοῦνται τῇ βοήθειᾳ τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως ἀφοῦ προηγουμένως ὁ δρομεὺς τοποθετηθῇ εἰς τὴν θέσιν μηδενισμοῦ.

ἡ T ₁ 18° (μαῦρο)	— CI 3,08 (ἐρυθρό)
ἡ T ₂ 75° (μαῦρο)	— CI 0,268 (ἐρυθρό)

Διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ συνημιτόνου μιᾶς γωνίας ἐκ τοῦ ἡμιτόνου αὐτῆς (ἢ ἀντιστρόφως), δὲν ἀπαιτεῖται ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς τῆς γωνίας. Αἱ τιμαὶ τῶν ἀνωτέρω συναρτήσεων κεῖνται ἐν ἀντιστοιχίᾳ ἐπὶ τῶν κλιμάκων D καὶ P. Ἐπίσης διὰ τὴν εὕρεσιν τῆς συνεφαπτομένης μιᾶς γωνίας ἐκ τῆς ἐφαπτομένης αὐτῆς δὲν ἀπαιτεῖται ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς τῆς γωνίας, καθότι αἱ τιμαὶ τῶν συναρτήσεων αὐτῶν κεῖνται ἐν ἀντιστοιχίᾳ ἐπὶ τῶν κλιμάκων C καὶ CI. Μόνον διὰ τὸν ὑπολογισμόν τῆς ἐφαπτομένης ἢ συνεφαπτομένης μιᾶς γωνίας ἐκ τοῦ ἡμιτόνου ἢ συνημιτόνου αὐτῆς ἀπαιτεῖται ἐνδιαμέσως ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς τῆς γωνίας.

Δεδομένου ὅτι ἡ ἀνάγνωσις τῶν ἀνωτέρω συναρτήσεων δύναται νὰ γίνη ἐπὶ τῆς κλίμακος D ἢ CI εἶναι εὐκόλος ὁ ἐν συνεχείᾳ ἀπ' εὐθείας πολλαπλασιασμός ἢ διαίρεσις αὐτῶν. Μόνον ὅταν ἡ ἀνάγνωσις γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος (P) ἀπαιτεῖται ἡ τοποθέτησις τῆς εὐρεθείσης τιμῆς τῆς τριγωνομετρικῆς συναρτήσεως ἐπὶ μιᾶς τῶν κυρίων κλιμάκων.

Ἡ κλίμαξ ST διὰ μικρὰς γωνίας καὶ ἡ ἔνδειξις ρ ἐπὶ τῶν κλιμάκων C, D, W_1 καὶ W_1' (DUPLEX καὶ NOVO-DUPLEX)

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν **τριγωνομετρικῶν συναρτήσεων μικρῶν γωνιῶν** ἀπὸ $0,55''$ — $6''$, ὑπάρχει εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ κανόνος ἡ **κλίμαξ ST** (\angle τοῦ $0,01 \times$) μὲ τὴν σχέσιν: $\eta\mu \alpha \approx \epsilon\phi \alpha \approx \tau\omicron\varsigma \alpha$

Ἡ κλίμαξ ST χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν κλίμακα C (ἐπομένως καὶ D).

Ὅλοι οἱ κατωτέρω ὑπολογισμοὶ τῆς στήλης αὐτῆς ἐκτελοῦνται τῇ βοηθείᾳ τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως.

Παράδειγμα πρὸς ἐξάσκησιν:

$\eta\mu 2,5'' \approx \epsilon\phi 2,5'' \approx \tau\omicron\varsigma 2,5'' = 0,0436$, $\eta\mu 0,4'' \approx \epsilon\phi 0,4'' \approx \tau\omicron\varsigma 0,4'' = 0,00698$, $\eta\mu 0,0052'' \approx \epsilon\phi 0,0052'' \approx \tau\omicron\varsigma 0,0052'' = 0,0000907$.

Ἡ τιμὴ τῆς γωνίας τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως τῆς κλίμακος ST. Ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀποτελέσματος γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος C (θέσις μηδενισμοῦ) ἢ D (τῇ βοηθείᾳ τοῦ δρομέως).

Δυνάμεθα ἐπίσης νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς τιμὰς τῶν τριγωνομετρικῶν συναρτήσεων μικρῶν γωνιῶν τῇ βοηθείᾳ τῆς ἔνδειξεως $\rho = \frac{\pi}{180} = 0,01745$ βάσει τῆς σχέσεως: $\tau\omicron\varsigma \alpha = 0,01745 \cdot \alpha = \rho \cdot \alpha$

Διὰ συνεχεῖς ὑπολογισμοὺς ἡ ὑποδιαίρεσις C I τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν ρ τῆς κλίμακος D. Κάτωθεν τῆς τιμῆς τῆς γωνίας ἐπὶ τῆς κλίμακος C διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς κλίμακος D*

Παράδειγμα: $\eta\mu 3'' \approx \epsilon\phi 3'' \approx \tau\omicron\varsigma 3'' = 0,0524$

Ἡ ἀρχὴ τοῦ κανόνος C I τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν D 3. Κάτω ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν ρ τῆς κλίμακος C διαβάζεται τὸ ἀποτέλεσμα 0,0524 ἐπὶ τῆς κλίμακος D*

Ὑπολογισμὸς τῶν **συνημιτόνων** καὶ τῶν **συνεφαπτομένων γωνιῶν** **μεγαλυτέρων τῶν $84,5''$**

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 88'' = \eta\mu 2'' \approx \tau\omicron\varsigma 2'' = 0,0349$
 $\sigma\upsilon\nu\epsilon\phi 86,5'' = \epsilon\phi 3,5'' \approx \tau\omicron\varsigma 3,5'' = 0,0612$

Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς τιμῆς τῆς γωνίας τῆς κλίμακος ST καὶ ἡ ἀνάγνωσις γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος C (θέσις μηδενισμοῦ) ἢ D τῇ βοηθείᾳ τοῦ δρομέως.

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 88'' = \eta\mu 2'' \approx \tau\omicron\varsigma 2'' \approx \rho \cdot 2 = 0,0349$
 $\sigma\upsilon\nu\epsilon\phi 86,5'' = \epsilon\phi 3,5'' \approx \tau\omicron\varsigma 3,5 \approx \rho \cdot 3,5 = 0,0612$.

Πρόκειται περὶ ἀπλοῦ πολλαπλασιασμοῦ. Ὅτοι, τοποθέτησις τῆς ἀρχικῆς ὑποδιαίρεσεως C I τοῦ κινητοῦ στελέχους ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν ρ τῆς κλίμακος D. Τοποθέτησις τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ἀντιστοίχου ὑποδιαίρεσεως τῆς κλίμακος C καὶ ἀνάγνωσις τοῦ ἀποτελέσματος ἐπὶ τῆς κλίμακος D.

Μετατροπὴ μήκους τόξου εἰς μοίρας.

Παραδείγματα πρὸς ἐξάσκησιν: $\widehat{6,28} = 360''$, $\widehat{1,11} = 63,5''$, $\widehat{0,04} = 2,29''$, $\widehat{0,007} = 0,402''$, $\widehat{0,64} = 36,7''$, $\widehat{0,32} = 18,35''$.

Ἡ τιμὴ τοῦ τόξου τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος C ἢ D.

Ἡ ἀνάγνωσις τῶν μοιρῶν γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος ST (τῇ βοηθείᾳ τοῦ δρομέως).

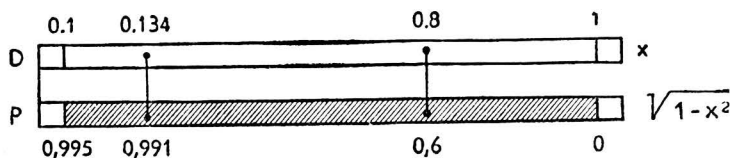
Ἡ ὑποδιαίρεσις C I ἢ C 10 τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν ρ τῆς κλίμακος D, ἐν συνεχείᾳ τοποθετεῖται ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ τόξου εἰς τὴν κλίμακα D καὶ διαβάζεται τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς κλίμακος C*.

* Αἱ κλίμακες W_1 καὶ W_1' , δίδουν μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν κατὰ ὑπολογισμοὺς μὲ τὴν ἔνδειξιν ρ .

Χρησιμοποίησης της Πυθαγορείου κλίμακος P

Ἡ κλίμαξ αὐτὴ παριστᾷ τὴν συνάρτησιν $y = \sqrt{1-(0,1x)^2}$ καὶ χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ μετὰ τὴν κλίμακα D ($=x$). Ἡ φορὰ τῆς κλίμακος εἶναι ἀντίθετος καὶ τὸ χρῶμα αὐτῆς ὡς ἐκ τούτου ἐρυθρόν.

Ἐὰν ἐπὶ τῆς κλίμακος D τοποθετηθῇ ἡ τιμὴ x , εἶναι δυνατὴ ἐπὶ τῆς κλίμακος P ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς $y = \sqrt{1-(0,1x)^2}$ ἢ ἀντιστρόφως διὰ τῆς τοποθετήσεως τῆς τιμῆς y ἐπὶ τῆς κλίμακος D ἡ τιμὴ $x = \sqrt{1-(0,1y)^2}$ ἐπὶ τῆς κλίμακος P.



Σχῆμα 19

Παράδειγμα:

$$y = \sqrt{1-0,8^2} = 0,6, \quad x = \sqrt{1-0,6^2} = 0,8.$$

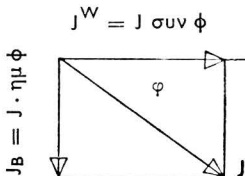
Ἦτοι, τοποθετοῦντες ἐπὶ τῆς κλίμακος D τὴν τιμὴν $x = 0,8$ εὐρίσκομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος P τὴν τιμὴν $y = 0,6$ καὶ ἀντιστρόφως.

Παράδειγμα:

$$\eta\mu \alpha = 0,134, \quad \sigma\upsilon\nu \alpha = 0,991$$

Τοποθετοῦντες ἐπὶ τῆς κλίμακος D τὴν τιμὴν τοῦ ἡμιτόνου εὐρίσκομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος τὴν ἀντίστοιχον τιμὴν τοῦ συνημιτόνου καὶ ἀντιστρόφως.

$$\sqrt{1-x^2}$$



Παράδειγμα:

Ὑπολογισμὸς τῆς ἐνεργοῦ καὶ ἀέργου ἐντάσεως ἡλεκτρικοῦ κυκλώματος τροφοδοτουμένου διὰ ρεύματος 35 A εἰς τὴν τιμὴν $\sigma\upsilon\nu \varphi = 0,8$.

$$J_W = J \cdot \sigma\upsilon\nu \varphi = 35 \cdot 0,8 = 28 \text{ (A)}$$

$$J_B = J \cdot \eta\mu \varphi = 35 \cdot 0,6 = 21 \text{ (A)}$$

Σχῆμα 20

Ἡ ὑποδιαίρεσις C 35 τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν D 10. Εἰς τὸ ὕψος τῆς ὑποδιαίρεσεως D 8 ($\sigma\upsilon\nu \varphi = 0,8$) γίνεται ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς $J_W = 28$ ἐπὶ τῆς κλίμακος C.

Κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως D 8 εὐρίσκομεν συγχρόνως τὴν τιμὴν 0,6 (ἥτοι $\eta\mu \varphi = 0,6$), ἐπὶ τῆς κλίμακος C. Μετακινοῦντες τὸν δρομέα ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 6 δυνάμεθα νὰ διαβάσωμεν ἐπὶ τῆς κλίμακος C τὴν τιμὴν $J_B = 21$.

Παράδειγμα: Φαινομένη ἰσχύς 530 kVA, ἐνεργὸς ἰσχύς 428 kW. Ζητεῖται ἡ ἄεργος ἰσχύς καὶ ἡ τιμὴ τοῦ $\sigma\upsilon\nu \varphi$.

Ἡ τιμὴ C 530 τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν D 10, ὁ δρομέας μετακινεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως C 428 καὶ κάτωθεν αὐτῆς διαβάζεται ἐπὶ τῆς κλίμακος D ἡ τιμὴ $\sigma\upsilon\nu \varphi = 0,807$. Τοποθετοῦμεν τὴν τιμὴν αὐτὴν ἐπὶ τῆς κλίμακος P μετὰ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως καὶ εὐρίσκομεν κάτωθεν αὐτῆς καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος C τὴν ζητούμενην ἄεργον ἰσχύϊν 313 BkW.

Χρησιμοποίησις τῆς λογαριθμικῆς κλίμακος L

Σύστημα RIETZ

Εἰς τοὺς κανόνες τοῦ τύπου αὐτοῦ ἡ λογαριθμικὴ κλίμαξ εἶναι χαραγμένη κατὰ μῆκος τῆς κάτω ἀκμῆς αὐτῶν καὶ χρησιμεύει διὰ τὴν ἀνάγνωσιν λογαρίθμων τοῦ δεκαδικοῦ συστήματος. Ἡ κλίμαξ χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν κλίμακα D.

Παράδειγμα: $\lg 1,35 = 0,1303$, $\lg 0,237 = 0,375 - 1$.

lg a

Ὁ ἀριθμὸς τοῦ ὁποίου ζητεῖται ὁ λογάριθμος, τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος D καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀντιστοίχου λογαρίθμου γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος L τῇ βοήθειᾳ τοῦ δρομέως. Κατ' ἀντίστροφον τρόπον εὐρίσκεται ὁ ἀριθμὸς ἐὰν εἶναι γνωστὸς ὁ λογάριθμος αὐτοῦ.

Σύστημα ELEKTRO

Εἰς τοὺς κανόνες τοῦ τύπου αὐτοῦ ἡ λογαριθμικὴ κλίμαξ εἶναι χαραγμένη ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψεως αὐτῶν.

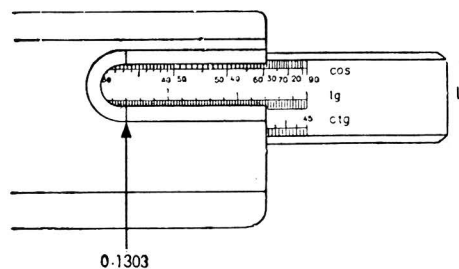
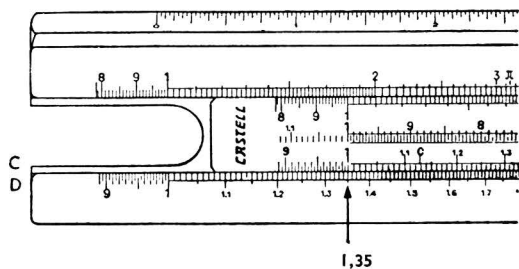
Παράδειγμα: Δίδεται $\lg x = 2,374$. Ζητεῖται ὁ ἀριθμὸς x

lg a

Ἀναστρέφωμεν τὸν κανόνα καὶ μετακινούμεν τὸν δρομέα πρὸς τὰ δεξιὰ μέχρις ὅτου ἡ κάτω γραμμὴ ἀναγνώσεως συμπίπτει μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν 3-7-4 τῆς κλίμακος L (\lg). Ἐπὶ τῆς ἐμπροσθίας ὀψεως τοῦ κανόνος καὶ κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C I διαβάζομεν τὸν ἀριθμὸν 2-3-6-6. Δεδομένου ὅτι τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ λογαρίθμου ἰσοῦται πρὸς 2 ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς εἶναι ὁ 236,6.

Ἐὰν εἶναι γνωστὸς ὁ ἀριθμὸς καὶ ζητεῖται ὁ λογάριθμος αὐτοῦ ἀκολουθοῦμε τὴν ἀντίστροφον διαδικασίαν. Τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ λογαρίθμου καὶ ἡ θέσις τῆς ὑποδιαστολῆς καθορίζονται κατὰ τὸν γνωστὸν τρόπον P.

Παράδειγμα: $\lg 1,35 = 0,1303$



Σχῆμα 21

Χρησιμοποίησις τῆς λογαριθμικῆς κλίμακος L

Συστήματα DARMSTADT καὶ DUPLEX

Χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν κλίμακα C (εἰς θέσιν μηδενισμοῦ) ἢ D καὶ ἐπιτρέπει τὴν ἀνάγνωσιν δεκαδικῶν λογαρίθμων. Τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ λογαρίθμου ὑπολογίζεται κατὰ τὴν γνωστὴν μέθοδον Π.χ. $\lg 1,35$ ($1-1=0$), $\lg 57,3$ ($2-1=1$).

Παράδειγμα: $\lg 57,3 = 1,758$

Πρὸς εὑρεσιν τοῦ δεκαδικοῦ λογαρίθμου τοῦ ἀριθμοῦ 57,3, ὁ δρομεὺς τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως C 573 καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ λογαρίθμου 0,758 γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος L. Δεδομένου ὅτι ὁ ἀριθμὸς 57,3 εἶναι διψήφιος, τὸ χαρακτηριστικὸν του ἰσοῦται πρὸς ($2-1=1$) καὶ ὁ ζητούμενος λογάριθμος εἶναι $0,758 + 1 = 1,758$.

Παράδειγμα: $\lg x = 1,758 \quad x = 57,3$

Διὰ τὴν εὑρεσιν τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ ὁποῦ ὁ λογάριθμος ἰσοῦται πρὸς 1,758 χωρίζομεν τὸν λογάριθμον εἰς ἀκέραια (1) καὶ δεκαδικὰ (0,758) ψηφία καὶ τοποθετοῦμεν τὸν δρομέα ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως L 0,758. Ἐπὶ τῆς κλίμακος C εὐρίσκομεν τὸν ἀριθμὸν 5-7-3. Δεδομένου ὅτι τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ λογαρίθμου ἰσοῦται πρὸς 1 ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς εἶναι ὁ 57,3.

Παράδειγμα πρὸς ἀσκήσιν: $\lg 1,35 = 0,1303$, $\lg 0,237 = 0,375-1$, $\lg 1938 = 3,287$, $\lg 9,06 = 0,957$

Σύστημα NOVO-DUPLEX

Χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ μὲ τὶς κλίμακες W. Προσοχὴ ὥστε τὸ κινητὸν στέλεχος τοῦ κανόνος νὰ εὐρίσκεται εἰς τὴν θέσιν μηδενισμοῦ.

1. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοποθετήσεως τοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ τῶν **κάτω κλιμάκων** W_1' καὶ W_1 χρησιμοποιεῖται ὁ ἀριστερὰ τῶν διαχωριστικῶν γραμμῶν ἐπὶ κλίμακος L χαρακτηριστικὸς ἀριθμὸς καὶ αἱ ἀκολουθοῦσαι πρὸς τὰ δεξιὰ ὑποδιαίρεσεις.

Παράδειγμα: $\lg 1,35 = 0,1303$. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως $W_1-1,35$. Ἀριστερὰ τῆς ἀντιστοίχου διαχωριστικῆς γραμμῆς τῆς κλίμακος L εὐρίσκομεν τὸν ἀριθμὸν .1. Δεξιὰ αὐτῆς καὶ κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως διαβάζομεν 3 δεκάδες καὶ 0,3 μονάδες. Ἐπομένως $\lg 1,35 = 0,1303$.

Παραδείγματα πρὸς ἐξάσκησιν: $\lg 2,655 = 0,424$, $\lg 0,237 = 0,374 - 1$, $\lg 1938 = 3,2873$, $\lg 0,0119 = 0,0755 - 2$.

2. Εἰς περίπτωσιν τοποθετήσεως τοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ μιᾶς τῶν ἄνω κλιμάκων W_2' ἢ W_2 χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἀνάγνωσιν τοῦ λογαρίθμου ὁ χαρακτηριστικὸς ἀριθμὸς εἰς τὰ δεξιὰ τῶν διαχωριστικῶν γραμμῶν τῆς κλίμακος L καὶ αἱ ἀκολουθοῦσαι πρὸς τὰ δεξιὰ ὑποδιαίρεσεις.

Παράδειγμα: $\lg 57,3 = 1,758$. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως $W_2-57,3$. Δεξιὰ τῆς διαχωριστικῆς γραμμῆς τῆς κλίμακος L εὐρίσκομεν τὸν ἀριθμὸν · 7 καὶ δεξιὰ ἐπίσης αὐτῆς διαβάζομεν κάτωθεν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως 5 δεκάδες καὶ 8 μονάδες. Ἐπομένως $\lg 57,3 = 1,758$.

Παραδείγματα πρὸς ἐξάσκησιν: $\lg 9,06 = 0,957$, $\lg 0,0636 = 0,8035 - 2$, $\lg 445 = 2,6484$, $\lg 66,5 = 1,823$.

Ὅταν εἶναι γνωστὸς ὁ λογάριθμος καὶ ζητεῖται ὁ ἀντίστοιχος ἀριθμὸς, ἀκολουθοῦμεν τὴν ἀντίστροφον πορείαν ὑπολογισμοῦ.

Διὰ τῆς χρησιμοποίησεως λογαρίθμων, οἱ ὑπολογισμοὶ ἀπλοποιοῦνται κατὰ μίαν κλίμακα. Ἦτοι, πολλαπλασιασμοὶ καὶ διαιρέσεις ἀνάγονται εἰς προσθέσεις καὶ ἀφαιρέσεις, ἡ εὑρεσις δυνάμεων ἢ ριζῶν εἰς πολλαπλασιασμούς ἢ διαιρέσεις.

Π.χ. $\lg (245^{3,24}) = 3,24 \cdot \lg 245 = 3,24 \cdot 2,389 = 7,74$, $245^{3,24} = 55.000.000$

$$420^x = 10.000, \quad x \cdot \lg 420 = \lg 10.000, \quad x = \frac{\lg 10.000}{\lg 420} = \frac{4,0}{2,632} = 1,525.$$

Ἡ χρησιμοποίησις τῶν ριζικῶν κλιμάκων W_1 W_1' W_2 W_2' (NOVO-DUPLEX)

Βασικὸν πλεονέκτημα τῶν ἀνωτέρω κλιμάκων εἶναι ὅτι δι' αὐτῶν ἐπιτυγχάνεται μεγαλύτερα ἀκρίβεια τῶν ὑπολογισμῶν ἐπὶ κανόνων συνηθισμένου τύπου. Αἱ κλίμακες χρησιμοποιοῦνται κυρίως διὰ τὴν ἐκτέλεσιν βασικῶν πράξεων.

Ὁ τρόπος χρησιμοποίησεως τῶν κλιμάκων αὐτῶν διαφέρει κατὰ τι τοῦ συνήθους. Ἡ ἐκμάθησις αὐτοῦ εἶναι εὐκόλος μὲ τὴν βοήθειαν ἐνὸς βασικοῦ κανόνος καὶ μὲ μικρὰν ἐξάσκησιν. Πρέπει νὰ δοθῇ προσοχὴ στὸ γεγονός ὅτι αἱ ἀνωτέρω κλίμακες φέρουν **ὑποδιαίρέσεις μήκους 50 ἑκ.**

Πολλαπλασιασμοὶ

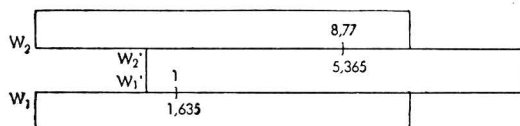
I. Κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῆς μαύρης ἐνδείξεως -I (ἐπομένως καὶ τῆς ἐνδείξεως -I0) ἡ ἀνάγνωσις τοῦ γινομένου γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος ἣτις εἶναι χαραγμένη ἐπὶ τῆς προσκειμένης πρὸς τὸν πολλαπλασιαστὴν ἀκμῆς τοῦ κανόνος.

II. Κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῆς ἐρυθρᾶς ἐνδεικτικῆς γραμμῆς ἡ ἀνάγνωσις τοῦ γινομένου γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος ἣτις εἶναι χαραγμένη ἐπὶ τῆς ἀπέναντι τοῦ πολλαπλασιαστοῦ ἀκμῆς τοῦ κανόνος.

Παραδείγματα τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ I κανόνος

$$1,635 \cdot 5,365 = 8,77$$

Λύσις: Ἡ μαύρη ἐνδεικτικὴ γραμμὴ -I ($W_1'-I$) τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν $W_1-1,635$. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως $W_2'-5,365$ καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀποτελέσματος 8,77 γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος W_2 .

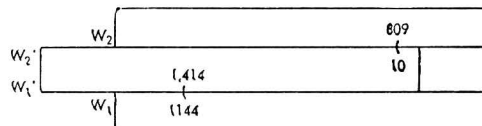


Παραδείγματα: $236 \cdot 4,06 = 958$, $2,34 \cdot 0,409 = 0,957$,

Σχῆμα 22

$$809 \cdot 1,414 = 1144$$

Λύσις: Ἡ μαύρη ἐνδεικτικὴ γραμμὴ -I0 ($W_2'-I0$) τοποθετεῖται κάτω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν W_2-809 . Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως $W_1'-1,414$ καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀποτελέσματος 1144 γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος W_1 .

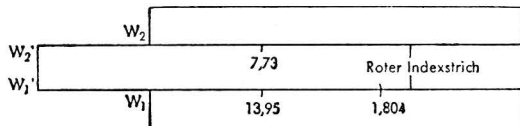


$7,77 \cdot 66,3 = 515$, $5,165 \cdot 0,2265 = 1,1698$

Παραδείγματα τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ II κανόνος

$$1,804 \cdot 7,73 = 13,95$$

Λύσις: Ἡ ἐρυθρὰ ἐνδεικτικὴ γραμμὴ τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν $W_1-1,804$. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως $W_2'-7,73$ καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀποτελέσματος 13,95 γίνεται ἐπὶ τῆς ἀπέναντι κειμένης κλίμακος W_1 .

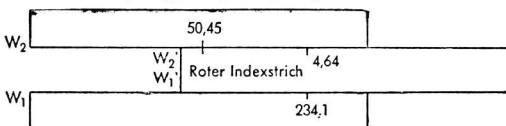


Παραδείγματα: $14,78 \cdot 0,945 = 13,97$, $29,4 \cdot 123,6 = 3634$,

Σχῆμα 23

$$50,45 \cdot 4,64 = 234,1$$

Λύσις: Ἡ ἐρυθρὰ ἐνδεικτικὴ γραμμὴ τοποθετεῖται κάτω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν $W_2-50,45$. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως $W_1'-4,64$ καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀποτελέσματος 234,1 γίνεται ἐπὶ τῆς ἀπέναντι κειμένης κλίμακος W_1 .



$0,395 \cdot 0,562 = 0,222$, $3,885 \cdot 19,425 = 75,46$

Διαιρέσεις (NOVO-DUPLEX)

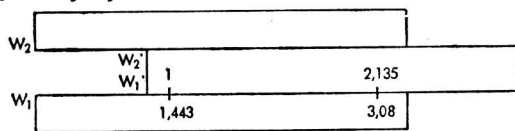
I. Είς περίπτωσιν χρησιμοποίησεως δύο προσκειμένων κλιμάκων, ή ανάγνωσις του αποτελέσματος γίνεται με την μαύρην ένδειξιν -I (έπομένως καί εις την ένδειξιν 10).

II. Είς την περίπτωσιν χρησιμοποίησεως δύο έναντι κειμένων κλιμάκων, ή ανάγνωσις του αποτελέσματος γίνεται με την έρυθράν ένδεικτικήν γραμμήν.

Παραδείγματα εφαρμογής του I κανόνος.

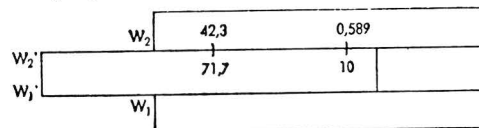
$$3,08 : 2,135 = 1,443$$

Λύσις: 'Η υποδιαίρεσις W_1 -2,135 τοποθετείται άνωθεν της υποδιαίρεσεως W_1 -3,08 τη βοηθεία της γραμμής του δρομέως. 'Η ανάγνωσις του πηλίκου 1,443 γίνεται επί της κλίμακος W_1 κάτωθεν της μαύρης ένδειξεως -I.



$$42,3 : 71,7 = 0,589$$

Λύσις: 'Η υποδιαίρεσις W_2 -71,7 τοποθετείται κάτωθεν της υποδιαίρεσεως W_2 -42,3 τη βοηθεία της γραμμής του δρομέως. 'Η ανάγνωσις του πηλίκου 0,589 γίνεται επί της κλίμακος W_2 , άνωθεν της μαύρης ένδειξεως -10.



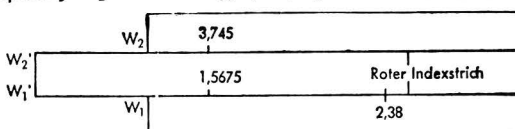
Σχήμα 24

Παραδείγματα προς άσκησιν: $2,975 : 18,65 = 0,1595$, $48,65 : 79,05 = 0,615$, $5,55 : 0,692 = 8,02$

Παραδείγματα εφαρμογής του II κανόνος.

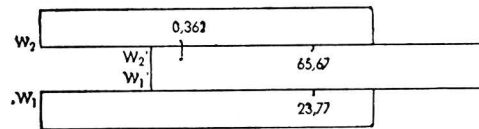
$$3,745 : 1,5675 = 2,388$$

Λύσις: 'Η γραμμή του δρομέως τοποθετείται επί της υποδιαίρεσεως W_2 -3,745. 'Η υποδιαίρεσις W_1 -1,5675 τοποθετείται υπό την γραμμήν του δρομέως καί ή ανάγνωσις του πηλίκου 2,388 γίνεται επί της κλίμακος W_1 κάτωθεν της έρυθράς ένδεικτικής γραμμής.



$$23,77 : 65,67 = 0,362$$

Λύσις: 'Η γραμμή του δρομέως τοποθετείται επί της υποδιαίρεσεως W_1 -23,77. 'Η υποδιαίρεσις W_2 -65,67 τοποθετείται υπό την γραμμήν του δρομέως καί ή ανάγνωσις του πηλίκου 0,362 γίνεται επί της κλίμακος W_2 , άνωθεν της έρυθράς ένδεικτικής γραμμής.



Σχήμα 25

Παραδείγματα προς άσκησιν: $689,5 : 2,505 = 275,2$, $432,5 : 1,845 = 234,5$, $1,965 : 44,45 = 0,0442$, $8,37 : 1,1575 = 7,23$

Κατάστροφως Πινάκων (NOVO-DUPLEX)

Τοποθετείται επί του κανόνος ἓν ζευγος τιμῶν ἢ ἡ τιμὴ μονάδος καὶ ἀκολουθεῖ ἡ ἀνάγνωσις κατὰ τοὺς κανόνας τῶν προηγουμένων σελίδων.
Παράδειγμα: 82 ὑάρδαι = 75 μέτρα. Μὲ τὴν βοήθειαν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως ἡ ὑποδιαίρεσις W_2 -75 τοποθετεῖται κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσως W_2 -82. Ἐν συνεχείᾳ γίνονται αἱ ἀναγνώσεις τῇ βοηθείᾳ τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως: 42 ὑάρδαι = 38,4 μ., 136 ὑάρδαι = 124,4 μ.

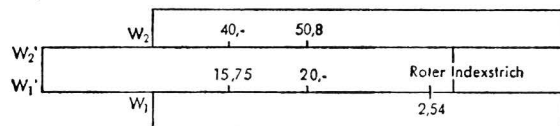
Τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ἀποτελεῖ τυπικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ βασικοῦ κανόνος I.

Ἡ λύσις τῶν κατωτέρω παραδειγμάτων εἶναι δυνατὴ μόνον διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ βασικοῦ κανόνος II καὶ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς ἐρυθρᾶς ἐνδεικτικῆς γραμμῆς.

Παραδείγματα: $1'' = 2,54$ ἐκ. ($26'' = 66$ ἐκ.).

Τοποθετοῦμεν ἀνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως W_1 -2,54 τὴν ἐρυθρὰν ἐνδεικτικὴν γραμμὴν τῆς κλίμακος W_1 . Ἐπὶ τῆς κλίμακος W_1 εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἰντσῶν καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος W_2 ἡ τιμὴ εἰς μ. ὡς ἀκολουθῶς:

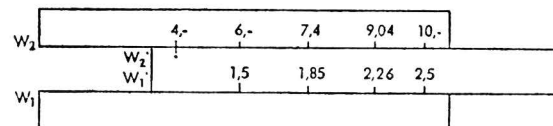
$20'' = 50,8$ ἐκ., 40 ἐκ. = $15,75''$



Τιμὴ νομίσματος 1 US-\$ = 4,00 DM.

Τοποθετοῦμεν κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως W_2 -4,00 τὴν ἐρυθρὰν ἐνδεικτικὴν γραμμὴν τῆς κλίμακος W_2 . Ἐπὶ τῆς κλίμακος W_2 εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις DM καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος W_1 ἡ τῶν \$ ἡ ἀνάγνωσις: $1,85\$ = 7,40$ DM, $2,26\$ = 9,04$ DM

5 DM = $1,25\$$, 10 DM = $2,50\$$.



Σχῆμα 26

Τετράγωνα καὶ τετραγωνικαὶ ρίζαι (NOVO-DUPLEX)

Τὸ τετράγωνον ἐνὸς ἀριθμοῦ εὐρίσκεται διὰ τῆς μεταβάσεως ἐκ τῶν κλιμάκων W εἰς τὴν κλίμακα C ἧτις εὐρίσκεται εἰς τὸ μέσον τοῦ κανόνος, τῇ βοηθείᾳ τοῦ δρομέως.

Παραδείγματα: $1,66^2 = 2,76$. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως W_1 -1,66 καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος C γίνεται ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς τοῦ τετραγώνου 2,76.

$5,25^2 = 27,6$. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως W_2 -5,25 καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος C γίνεται ἡ ἀνάγνωσις τοῦ τετραγώνου 27,6

Παραδείγματα πρὸς ἀσκήσιν: $67,3^2 = 4530$, $10,7^2 = 114,5$, $2,3^2 = 5,29$, $1,345^2 = 1,81$, $7,47^2 = 55,8$

Κατὰ τὴν **ἐξαγωγήν τῆς τετραγωνικῆς ρίζας** ὁ ἀριθμὸς τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος C μὲ τὴν βοήθειαν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῆς τετραγωνικῆς ρίζας αὐτοῦ γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος W_2 ἢ W_1 , ἐπίσης μὲ τὴν βοήθειαν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως.

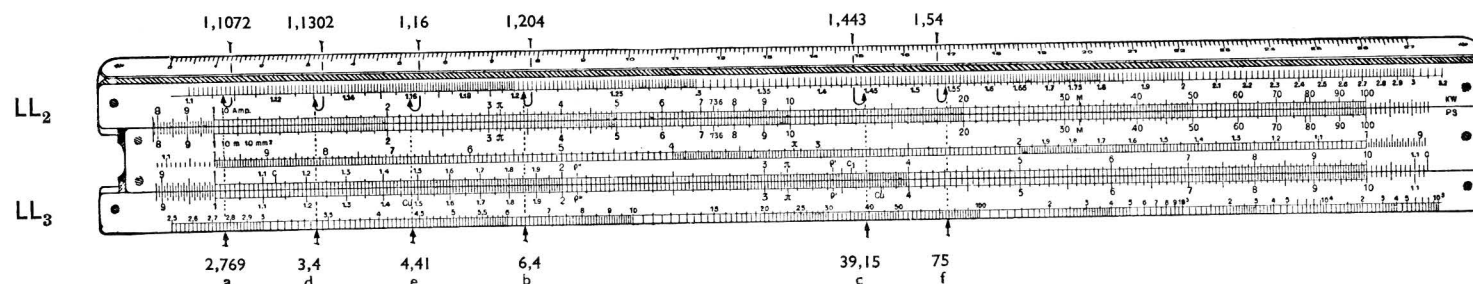
Προσοχή: Αἱ ρίζαι τῶν ἀριθμῶν 1-10 εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς κλίμακος W_1 , ἐνῶ αἱ τῶν ἀριθμῶν 10-100 ἐπὶ τῆς κλίμακος W_2 .

Ειδικαὶ κλίμακες τῶν κανόνων τύπου— ELEKTRO (Κανόνες I/98, 4/98, III/98)

Χρησιμοποίησις τῶν ἐκθετικῶν κλιμάκων LL_2 καὶ LL_3

Οἱ λογαριθμικοὶ κανόνες CASTELL I/98, 4/98 καὶ III/98 φέρουν ἐπὶ τῆς ἐμπροσθίας ὀφews καὶ κατὰ μήκος τῆς ἄνω καὶ τῆς κάτω ἀκμῆς αὐτῶν χαραγμένην κλίμακα μὲ τὰς τιμὰς τῆς συναρτήσεως (e^x). Εἶναι ἡ λεγομένη «ἐκθετικὴ κλίμαξ». Ἀρχίζει μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν 1,1 ἄνω ἀριστερὰ καὶ ἐκτείνεται μέχρι τῆς ὑποδιαίρεσεως 3,2 (χαρακτηρίζεται ὡς κλίμαξ LL_2 συνεχίζεται κάτω ἀριστερὰ—ἐπαναλαμβανομένου τοῦ τμήματος μεταξύ τῶν ὑποδιαίρεσεων 2,5 καὶ 3,2—καὶ καταλήγει εἰ τὴν ὑποδιαίρεσιν 100.000 εἰς τὸ κάτω δεξιὸν ἄκρον τοῦ κανόνου (LL_3).

Ἐκ τῆς εἰδικῆς διατάξεως τῶν δύο τμημάτων τῆς διπλῆς λογαριθμικῆς κλίμακος μεταξύ των καὶ ἐν συνδυασμῷ πρὸ τὰς ἄλλας κλίμακας τοῦ κανόνου, προκύπτουν εὐάριθμοι δυνατότητες χρησιμοποίησεως αὐτῶν.



Σχῆμα 27

Κάτω ἀπὸ κάθε ἀριθμὸν τῆς ἄνω ἐκθετικῆς κλίμακος (LL_2) εὐρίσκεται ἡ 10ῃ δύναμις αὐτοῦ ἐπὶ τῆς κάτω ἐκθετικῆς κλίμακος (LL_3).

Παραδείγματα: $1,1072^{10} = 2,769$ (σχ. 27α), $1,204^{10} = 6,4$ (σχ. 27β), $1,443^{10} = 39,15$ (σχ. 27γ),

$$0,1443^{10} = \left(\frac{1,443}{10}\right)^{10} = \frac{39,15}{10^{10}}$$

Ἐπάνω ἀπὸ κάθε ἀριθμὸν τῆς κάτω ἐκθετικῆς κλίμακος (LL_3) εὐρίσκεται ἡ 10ῃ ρίζα αὐτοῦ ἐπὶ τῆς ἄνω ἐκθετικῆς κλίμακος (LL_2).

Παραδείγματα: $\sqrt[10]{3,4} = 1,1302$ (σχ. 27δ), $\sqrt[10]{4,41} = 1,16$ (σχ. 27ε), $\sqrt[10]{75} = 1,54$ (σχ. 27ς)

Αι δυνάμεις του e

Αι δυνάμεις του e (βάσις των φυσικῶν λογαριθμῶν $e = 2,71828...$) ὑπολογίζονται διὰ τῆς τοποθετήσεως τοῦ ἐκθέτου ἐπὶ τῆς βασικῆς κλίμακος D τῆ βοηθεία τοῦ δρομέως. Ἡ ἀνάγνωσις τῶν δυνάμεων τοῦ e γίνεται ἐπὶ τῶν κλιμάκων LL. Ἡ κλίμαξ LL_3 χρησιμοποιεῖται διὰ ἐκθέτας ἀπὸ 1—10, ἡ κλίμαξ LL_2 διὰ ἐκθέτας ἀπὸ 0,1—1,0.

Παραδείγματα: $e^2 = 7,39$, $e^{1,61} = 5$, $e^{0,161} = 1,1748$

$$e^{6,22} = 500, e^{0,622} = 1,862, e^{0,336} = 1,4$$

$$e^{12,5} = e^{10 + 2,5} = e^{10} \cdot e^{2,5} = 22000 \cdot 12,2 = 268500$$

Παράδειγμα: Ἡ ταῖνα μίας τροχοπέδης περιελίσσεται δύο φορές πέρας τοῦ τυμπάνου. Ζητεῖται ἡ δύναμις ἐπὶ τῆς κινούσης πλευρᾶς τῆς ταῖνας.

$$T_{\text{κινουμ.}} = 22 \text{ χγρ.}, \alpha = 2 \cdot 360^\circ = \text{τοξ } 4\pi = 12,56, \text{ συντελεστής τριβῆς } \mu = 0,18, \mu \cdot \alpha = 12,56 \cdot 0,18 = 2,261$$

$$T_{\text{κινουμ.}} = T_{\text{κινουμ.}} \cdot e^{\mu \cdot \alpha} = 22 \cdot e^{2,261} = 22 \cdot 9,60 = 211,2 \text{ χγρ.}$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν ἀρνητικοῦ ἐκθέτου εὐρίσκομεν τὴν τιμὴν τοῦ e^n καὶ ὑπολογίζομεν τὸ ἀντίστροφον αὐτῆς.

$$e^{-2} = \frac{1}{e^2} = \frac{1}{7,39} = 0,1353, \quad e^{-6,22} = \frac{1}{e^{6,22}} = \frac{1}{500} = 0,002.$$

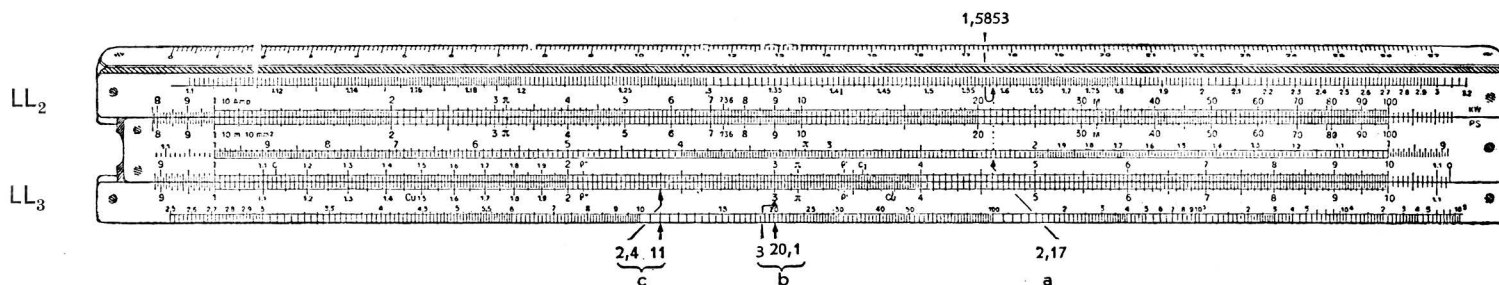
Ρίζαι τοῦ e

Γράφομεν τὴν ρίζαν ὑπὸ μορφήν δυνάμεως μὲ ἀντίστροφον ἐκθέτην καὶ ἐργαζόμεθα ὡς ἄνωτέρω.

$$\text{Παραδείγματα: } \sqrt[4]{e} = e^{0,25} = 1,284, \quad \sqrt[0,25]{e} = e^4 = 54,6$$

$$\sqrt[1,25]{e} = e^{0,125} = 1,133, \quad \sqrt[0,125]{e} = e^8 = 3000$$

$$\sqrt[1,25]{e} = e^{0,8} = 2,225, \quad \sqrt[0,06]{e} = e^{16,66} = e^{8,33} \cdot e^{8,33} = 4165 \cdot 4165 = 17\,350\,000$$



Σχῆμα 28

Δυνάμεις του e (DUPLEX, NOVO - DUPLEX)

Αί δυνάμεις του e (βάσις τῶν φυσικῶν λογαρίθμων $e=2,71828...$) ὑπολογίζονται διὰ τῆς τοποθετήσεως τῆς τιμῆς τοῦ ἐκθέτου μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς κλίμακος C τῆς ὀπισθίας ὀψευς τοῦ κανόνος (κινητὸν στέλεχος εἰς θέσιν μηδενισμοῦ). Ἡ δύναμις τοῦ e θὰ διαβάζεται τότε εἰς τὴν κλίμακα LL. Ἡ κλίμαξ LL₃ χρησιμοποιεῖται δι' ἐκθέτας ἀπὸ 1—10, ἡ κλίμαξ LL₂ δι' ἐκθέτας ἀπὸ 0,1—1 καὶ ἡ κλίμαξ LL₁ δι' ἐκθέτας ἀπὸ 0,01—0,1.

Παραδείγματα: $e^{1,61} = 5$, $e^{0,161} = 1,1745$, $e^{0,0161} = 1,01623$, $e^{6,22} = 5 \cdot 10^2 = 500$, $e^{0,622} = 1,862$, $e^{0,0622} = 1,0642$,

$$e^{-1,61} = \frac{1}{e^{1,61}} = 0,2, \quad e^{-0,161} = 0,8512, \quad e^{-0,0161} = 0,984.$$

$$e^{-6,22} = \frac{1}{e^{6,22}} = 2 \cdot 10^{-3} = 0,002, \quad e^{-0,622} = 0,537, \quad e^{-0,0622} = 0,9397$$

$$e^{12,5} = e^{10 + 2,5} = e^{10} \cdot e^{2,5} = 22020 \cdot 12,1 = 266500.$$

Κατὰ τὴν κατάστρωσιν **ὑπερβολικῶν συναρτήσεων** ἡ τιμὴ X σταθεροποιεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος D μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως. Ἡ ἀνάγνωσις τῶν δυνάμεων τοῦ e γίνεται εἰς τὰς κλίμακας e^x καὶ e^{-x} . Τὸ ἡμιάθροισμα καὶ ἡ ἡμιδιαφορὰ δίδει τὰς τιμὰς τοῦ ὑπερβολικοῦ συν-ημιτόνου καὶ τοῦ ὑπερβολικοῦ ἡμιτόνου ἀντιστοίχως.

$$\text{Παραδείγματα: } \cosh 35^\circ = \cosh 0,61 = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{1,84 + 0,543}{2} = 1,1915$$

$$\sinh 35^\circ = \sinh 0,61 = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{1,84 - 0,543}{2} = 0,6485$$

Ρίζαι τοῦ e

Γράφομεν τὴν ρίζαν ὑπὸ μορφήν δυνάμεως μὲ ἀντίστροφον ἐκθέτην καὶ ἐργαζόμεθα ὡς ἀνωτέρω.

$$\text{Παραδείγματα: } \sqrt[4]{e} = e^{0,25} = 1,284, \quad \sqrt[0,25]{e} = e^1 = 54,5, \quad \sqrt[8]{e} = e^{0,125} = 1,133, \quad \sqrt[0,125]{e} = e^8 = 2980,$$

$$\sqrt[12,5]{e} = e^{0,08} = 1,0834, \quad \sqrt[0,06]{e} = e^{16,66} = e^{8,33} \cdot e^{8,33} = 4146 \cdot 4146 = 17190000.$$

Οἱ φυσικοὶ λογάριθμοι

Εὐρίσκομεν τοὺς φυσικοὺς λογαρίθμους διὰ τῆς μεταβάσεως ἐκ τῶν κλιμάκων LL εἰς τὴν εἰς τὸ μέσον τοῦ κανόνος χαραγμένην κλίμακα C. Ὡς πρὸς τὴν τάξιν μεγέθους τοῦ ἐπὶ τῆς κλίμακος C ἀναγνωσκομένου ἀριθμοῦ ἰσχύουν τὰ ἥδη ἐκτεθέντα.

Παραδείγματα: $\ln 25 = 3,22$, $\ln 145 = 4,97$, $\ln 1,3 = 0,262$, $\ln 0,04 = -3,22$, $\ln 0,66 = -0,416$, $\ln 0,98 = -0,0202$

Δυνάμεις διαφόρων ἀριθμῶν

Διὰ τὴν εὑρεσιν τῶν δυνάμεων τῆς μορφῆς a^n ἢ ὑποδιαίρεσις C-I τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν α τῆς κλίμακος LL, ὁ δρομεὺς μετακινεῖται μέχρι τῆς ὑποδιαίρεσεως C-n καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς a^n γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος LL.

Π.χ. $3,752,96 = 50$. Ἡ ὑποδιαίρεσις C-I τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν LL_3-375 καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς 50 γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_3 , κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως C-296.

Ἄλλα παραδείγματα:

$$4,22,16 = 22,2, \quad 4,20,216 = 1,364, \quad 4,20,0216 = 1,0315,$$

$$4,2-2,16 = 0,045, \quad 4,2-0,216 = 0,733, \quad 4,2-0,0216 = 0,9695$$

Μὲ τὴν βοήθειαν τῆς κλίμακος LL_{03}

$$0,052,16 = 1,55 \cdot 10^{-3} = 0,00155,$$

$$0,050,216 = 0,524, \quad 0,050,0216 = 0,9374,$$

$$0,05-2,16 = \frac{1}{0,052,16} = 646 \text{ (ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος } LL_3).$$

$$0,05-0,216 = \frac{1}{0,050,216} = 1,91 \text{ (ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος } LL_2).$$

Ἀναφορικῶς πρὸς χρησιμοπονηθησομένην κλίμακα LL ἰσχύουν τὰ εἰς τὰς «δυνάμεις τοῦ e» ἐκτεθέντα.

$$\sqrt[5]{20} = 1,82 \text{ (C1 10 τοποθετείται υπεράνω LL}_3\text{-20, ανάγνωσης επί της κλίμακος LL}_2\text{)}$$

$$\sqrt[5]{0,5} = 0,5^{\frac{1}{5}} \quad \frac{1}{2^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{1,149} = 0,871$$

$$\sqrt[5]{0,05} = 0,05^{\frac{1}{5}} \quad \frac{1}{20^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{1,82} = 0,55$$

Λογάριθμοι οιασδήποτε βάσεως

Ἡ βάση τῶν λογαρίθμων τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος LL καὶ ἐπάνω ἀπὸ αὐτὴν τοποθετεῖται ἡ ἀρχὴ τῆς κλίμακος C. Ἐπιτυγχάνεται οὕτω ἡ ἐπὶ τοῦ κανόνος κατάστρωσις πίνακος τῶν ἀντιστοιχῶν λογαρίθμων. Π.χ.:

$$\begin{array}{lll} {}^5\log 5 = 1 & {}^5\log 60 = 2,54 & {}^5\log 800 = 4,15 \\ {}^{10}\log 20 = 1,301 & {}^{10}\log 2 = 0,301 & {}^{10}\log 800 = 2,9 \\ {}^2\log 200 = 7,65 & {}^2\log 22 = 4,46 & {}^2\log 1,89 = 0,92 \end{array}$$

Χρησιμοποίησις τῶν ἠλεκτρολογικῶν κλιμάκων (λογαριθμικοὶ κανόνες τύπου 1/98, 4/98 καὶ 111/98)

Εἰς τοὺς κανόνες τοῦ τύπου 1/98 καὶ 4/98 ἡ κλίμαξ **βαθμοῦ ἀποδόσεως** (μελανοῦ χρώματος) εἶναι χαραγμένη ἀμέσως κάτωθεν τοῦ κινητοῦ στελέχους τοῦ κανόνος. Εἰς τοὺς κανόνες τοῦ τύπου 111/98 ἡ κλίμαξ **βαθμοῦ ἀποδόσεως** (ἐρυθροῦ χρώματος) εὐρίσκεται εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ κανόνος. Ἡ ἀνωτέρω κλίμαξ χρησιμοποιεῖται ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰς κλίμακας Α καὶ Β. Δι' ὅ καὶ αἱ τελευταῖαι φέρουν χαραγμένην εἰς τὸ δεξιὸν ἄκρον αὐτῶν τὰς ἐνδείξεις kW καὶ PS. Τὸ ἀριστερὸν ἥμισυ τῆς κλίμακος ἰσχύει διὰ γεννητρίας συνεχοῦς ρεύματος, ἐνῶ τὸ δεξιὸν ἥμισυ διὰ ἠλεκτροκινητήρας.

Βαθμὸς ἀποδόσεως γεννητριῶν συνεχοῦς ρεύματος

Παραδείγματα:

1. Ποῖος ὁ βαθμὸς ἀποδόσεως γεννητρίας συνεχοῦς ρεύματος ἥτις διὰ προσδιορισμένην ἰσχὺν 134 PS ἀποδίδει 80 kW;

Ἡ ὑποδιαίρεσις Β 134 (διὰ 134 PS) τοποθετεῖται κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως Α 80. Ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς τοῦ βαθμοῦ ἀποδόσεως $\eta = 81\%$ γίνεται εἰς μὲν τοὺς κανόνες τοῦ τύπου 1/98 καὶ 4/98 ἐπὶ τῆς κλίμακος τοῦ ἐπιπέδου ὀλισθήσεως τοῦ κινητοῦ στελέχους τοῦ κανόνος τῇ βοηθείᾳ τοῦ μετώπου τοῦ κινητοῦ στελέχους, εἰς δὲ τοὺς κανόνες τοῦ τύπου 111/98 ἐπὶ τῆς κατωτέρας κλίμακος αὐτῶν διὰ τῆς τοποθετήσεως τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ἐνδείξεως C 1.

2. Ποία ἡ ἰσχύς ἀποδόσεως γεννητρίας συνεχοῦς ρεύματος μὲ βαθμὸν ἀποδόσεως 88% διὰ προσδιορισμένην ἰσχὺν 30 PS;

Εἰς τοὺς κανόνες τοῦ τύπου 1/98 καὶ 4/98 τοποθετοῦμεν τὸ μέτωπον τοῦ κινητοῦ στελέχους ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρέσεως 88% (ἀριστερὸν ἥμισυ)

της κλίμακος του επιπέδου όλισθήσεως του κινητού στελέχους. 'Η ανάγνωση της ζητούμενης τιμής των 19,4 kW γίνεται επί της κλίμακος A άνωθεν της υποδιαίρεσεως B 3 (30 PS).
Είς τους κανόνες του τύπου 111/98 ή υποδιαίρεσεις C I τοποθετείται τη βοήθεια του δρομέως άνωθεν της υποδιαίρεσεως 88% της κατωτέρας κλίμακος του κανόνος.
'Η ανάγνωση του αποτελέσματος γίνεται ως και προηγούμενης.

Βαθμός αποδόσεως ηλεκτροκινητήρος

Παραδείγματα:

1) Ποίος ό βαθμός αποδόσεως ηλεκτροκινητήρος αποδίδοντας 20 PS διά ισχύν 17,1 kW. Τοποθετούμεν την υποδιαίρεσιν B 2 (διά 20 PS) κάτωθεν της υποδιαίρεσεως A 17,1 (διά 17,1 kW) και διαβάζομεν είς τό μέτωπον του κινητού στελέχους επί της κλίμακος του επιπέδου όλισθήσεως του κινητού στελέχους (προκειμένου περί κανόνων τύπου 1/98 και 4/98) ή επί της κατωτέρας κλίμακος του κανόνος κάτωθεν της υποδιαίρεσεως C I με την βοήθειαν του δρομέως (προκειμένου περί κανόνος τύπου 111/98), τόν βαθμόν αποδόσεως $\eta=86\%$
2) Ποία ή ισχύς αποδόσεως κινητήρος 500 VOLT και 12 AMP. (ήτοι 6 kW) διά βαθμόν αποδόσεως $\eta=80\%$;
Είς τούς κανόνες τύπου 1/98 και 111/98 τοποθετούμεν τό μέτωπον του κινητού στελέχους επί της υποδιαίρεσεως 80 της κλίμακος βαθμού αποδόσεως (δεξιόν ήμισυ) και διαβάζομεν επί της κλίμακος B και κάτωθεν της υποδιαίρεσεως A 60 (διά 6 kW) τό αποτέλεσμα 6,5 PS. Είς τούς κανόνες του τύπου 111/98 τοποθετούμεν την υποδιαίρεσιν C I άνωθεν της υποδιαίρεσεως 80% της κλίμακος του βαθμού αποδόσεως (δεξιόν ήμισυ) τη βοήθεια του κανόνος και διαβάζομεν επί της κλίμακος B τό αποτέλεσμα ως άνωτέρω.

'Η κλίμαξ πτώσεως της τάσεως

Είς τούς κανόνες του τύπου 1/98 και 4/98 ή άνωτέρω κλίμαξ είναι χαραγμένη κάτωθεν του κινητού στελέχους και επί του επιπέδου όλισθήσεως του κινητού στελέχους του κανόνος με χρώμα έρυθρόν. Είς τόν κανόνα τύπου 111/98 είναι χαραγμένη άκριβώς άνωθεν της κλίμακος του βαθμού αποδόσεως με έρυθρόν χρώμα επίσης. 'Η κλίμαξ χρησιμοποιείται έν συνδυασμῶ προς τας κλίμακας A και B.

'Η πτώσις της τάσεως έντός άγωγού έκ χαλκού, συνεχούς ή έναλασσομένου ρεύματος, υπολογίζεται διά φόρτωσιν άνευ έπαγωγής με τόν τύπον
$$e = \frac{J \cdot L}{c \cdot q}$$
. 'Ο συντελεστής (ειδικής άγωγιμότητος) $c = 56$, έχει ήδη ληφθή ύπ' όψιν είς την κλίμακα του κανόνος. Δέν απομένει παρά μόνον ό πολλαπλασιασμός της τάσεως J (AMP.) επί τό συνολικόν μήκος του άγωγού και ή διαίρεσις του γινομένου διά της έπιφανείας q (mm²) του άγωγού. Είς τούς κανόνες 1/98 και 4/98 ή πτώσις της τάσεως είς VOLT διαβάζεται επί της έρυθράς κλίμακος του επιπέδου όλισθήσεως του κινητού στελέχους του κανόνος, κάτω από την μετωπικήν έπιφάνειαν του κινητού στελέχους. Είς τούς κανόνες του τύπου 111/98 τό αποτέλεσμα διαβάζεται με την βοήθειαν του δρομέως επί της κλίμακος τών VOLT, κάτωθεν της υποδιαίρεσεως C I.

Παράδειγμα:

Νά ύπολογισθή ή πτώσις της τάσεως έντός άγωγού έκ χαλκού συνολικού μήκους 76 μ. και διατομής 70 mm² διά τάσιν 53 AMP. Τοποθετούμεν την υποδιαίρεσιν B I κάτωθεν της υποδιαίρεσεως A 5,3 (διά 53 AMP.), μεταθέτομεν τόν δρομέα είς την υποδιαίρεσιν B 7,6 (διά 76 μέτρα) και λαμβάνομεν διά μετακινήσεως του στελέχους την υποδιαίρεσιν B 7 (διά 70 mm²) κάτω από την γραμμήν του δρομέως. Είς τούς λογαριθμικούς κανόνες 1/98 και 4/98 αναγινώσκομεν είς την έρυθράν κλίμακα τών VOLT κάτω από την άκμήν του στελέχους την τιμήν πτώσεως τάσεως 1,03 VOLT. Είς τούς λογαριθμικούς κανόνες 111/98 προσδιορίζομεν την πτώσιν τάσεως με την βοήθειαν του δρομέως κάτωθεν της υποδιαίρεσεως C I επί της κλίμακος τών VOLT του σώματος του κανόνος (έπίσης 1,03 VOLT).
'Η κλίμαξ της πτώσεως τάσεως δίδει την θέσιν της υποδιαστολής όρθώς μόνον όταν αί τιμαί J, L, q, τοποθετηθούν άπ' εύθείας επί τών κλιμάκων A και B είς τό άριστερόν άκρον του στελέχους άφού ληφθούν ύπ' όψιν οί άρχικοί αριθμοί. 'Εάν αυτό δέν είναι δυνατόν, τοποθετούμεν

τὴν δεκαπλασίαν ἢ ὑποδεκαπλασίαν τιμὴν καὶ διαιροῦμεν ἢ πολλαπλασιάζομεν ἀντιστοίχως τὸ ἀποτέλεσμα. Π.χ. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς πτώσεως τάσεως γραμμῆς κινήσεως ἡλεκτρικῶν ὀχημάτων μήκους τεσσάρων χιλιομέτρων διατομῆς ἀγωγῶν 50 mm² καὶ μὲ κατανάλωσιν ρεύματος 29 AMP. γίνεται ὡς ἑξῆς:

Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν B I κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως A 2,9 (διὰ 29 AMP.), φέρομεν τὸν δρομέα εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν B 40 (διὰ L = 400 m) καὶ τὴν ὑποδιαίρεσιν B 5 τοῦ στελέχους (διὰ διατομὴν 50 mm²) κάτωθεν τῆς γραμμῆς τοῦ δρομέως.

Ἐπὶ τῆς κλίμακος τάσεων ἀναγινώσκομεν τὴν τιμὴν 4,13 VOLT. Διὰ 4.000 μέτρα ἢ πτώσις τάσεως θὰ ληφθῇ 41,3 V.

Ἡ ἔνδειξις 735 διευκολύνει τὸν σχηματισμὸν πινάκων διὰ τὴν μετατροπὴν PS εἰς kW. Τοποθετοῦμεν τὴν τιμὴν 735 ἐπὶ τῆς κλίμακος B κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως A I ἢ τὴν B I ἢ B 100 κάτωθεν τῆς τιμῆς 735 τῆς κλίμακος A καὶ ἔχομεν πινάκα διὰ kW καὶ PS.

Αἱ ἐκθετικά ἢ διπλαῖ λογαριθμικά κλίμακες

(Σύστημα DARMSTADT)

LL₁ ἀπὸ 1,01 — 1,12 = 1η λωρίς

LL₂ ἀπὸ 1,1 — 3,2 (3,1) = 2α λωρίς

LL₃ ἀπὸ 2,5 — 10⁵ = 3η λωρίς

Αἱ ἀνωτέρω κλίμακες εἶναι πολλαπλῆς χρησιμότητος. Κατὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλημάτων σειρῶν συνιστᾶται ἡ χρησιμοποίησις τῆς ὀπισθίας ὀψεως τοῦ κινήτου στελέχους. Αἱ τρεῖς λωρίδες τῶν ἐκθετικῶν κλιμάκων ὀλισθαίνουν μεταξὺ τῶν κλιμάκων A καὶ D. Ἡ διάταξις αὐτῶν εἶναι τοιαύτη ὥστε κατὰ τὴν μετάβασιν ἐκ τῆς ὑποκειμένης εἰς τὴν ὑπερκειμένην κλίμακα, ὁ ἀριθμὸς νὰ ὑψοῦται εἰς τὴν 10ην δύναμιν. Ἐπομένως καὶ ἡ μετάβασις ἐκ τῆς ὑπερκειμένης εἰς τὴν ὑποκειμένην κλίμακα, ἰσοδυναμεῖ πρὸς τὴν ἐξαγωγήν τῆς δεκάτης ρίζης τοῦ ἀριθμοῦ. Παραθέτομεν κατωτέρω ἐκτενὴ περιγραφὴν τῶν δυνατοτήτων ὑπολογισμοῦ.

Παράδειγμα: $1,204^{10} = 6,4$ μετάβασις ἐκ τῆς 2ας εἰς τὴν 3ην λωρίδα

$1,035^{10} = 1,41$ » » » 1ης » » 2αν »

$\sqrt[10]{75} = 1,54$ » » » 3ης » » 2αν »

$\sqrt[10]{1,248} = 1,0224$ » » » 2ας » » 1ην »

Τὰ παραδείγματα δεικνύουν ὅτι κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν διπλῶν λογαριθμικῶν κλιμάκων πρέπει νὰ δίδεται ἰδιαιτέρα προσοχὴ εἰς τὴν ἐπὶ τῶν ὑποδιαίρέσεων χαραγμένην θέσιν τῆς ὑποδιαστολῆς.

Αἱ δυνάμεις τοῦ ἀριθμοῦ $e \approx 2,718$

Οἱ ἐκθέται τοποθετοῦνται ἐπὶ τῆς κλίμακος D. Ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν κατωτέρα λωρίδα (LL_3), διαβάζομεν ἐπ' αὐτῆς τοὺς ἀριθμοὺς 1—10, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν μεσαίαν λωρίδα (LL_2) τοὺς ἀριθμοὺς 0,1—1 καὶ τέλος ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν ἀνωτέρα λωρίδα (LL_1) τοὺς ἀριθμοὺς 0,01—0,1.

Πρέπει νὰ σημειωθῇ ἐνταῦθα, ὅτι δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ ἐκτέλεσις τῶν κατωτέρω ἀναφερομένων ὑπολογισμῶν διὰ κανόνων τσέπης τύπου 67/54R καὶ ἐφ' ὅσον τὸ κινητὸν στέλεχος αὐτοῦ εὐρίσκεται εἰς τὴν κανονικὴν θέσιν του.

Κινητὸν στέλεχος εἰς τὴν κανονικὴν αὐτοῦ θέσιν (ἐξαιρεῖται ὁ κανὼν 67/54 R)

Κινητὸν στέλεχος ἀνεστραμμένον

e^n

Παράδειγμα: $e^{1,61} = 5$

Ἡ ὑποδιαίρεσις C 1,61 τοποθετεῖται ἄνωθεν ἐνὸς ἐκ τῶν ἄκρων τῆς κλίμακος D, ἔστω ἄνωθεν τοῦ D 1. Ἀναστρέφομεν τὸν κανόνα καὶ διαβάζομεν κάτω ἀπὸ τὴν ἀριστερὰν γραμμὴν ἀναγνώσεως καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_3 τὸ ἀποτέλεσμα 5.

Μετακινοῦμεν τὸ κινητὸν στέλεχος εἰς τὴν ἀρχικὴν αὐτοῦ θέσιν, τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 1,61 καὶ διαβάζομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_3 τὸ ἀποτέλεσμα 5.

Παράδειγμα: $e^{0,61} = 1,84$

Ἡ ὑποδιαίρεσις C 61, ἡ ὁποία τώρα σημαίνει 0,61, τοποθετεῖται ἄνωθεν ἐνὸς ἐκ τῶν ἄκρων τῆς κλίμακος D, ἔστω ἄνωθεν τοῦ D 10. Ἀναστρέφομεν τὸν κανόνα καὶ διαβάζομεν κάτω ἀπὸ τὴν δεξιὰν γραμμὴν ἀναγνώσεως τὸ ἀποτέλεσμα 1,84 ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_2 .

Μετακινοῦμεν τὸ κινητὸν στέλεχος εἰς τὴν ἀρχικὴν αὐτοῦ θέσιν, τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 61—ἡ ὁποία τώρα σημαίνει 0,61—καὶ διαβάζομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_2 τὸ ἀποτέλεσμα 1,84.

Παράδειγμα: $e^{0,029} = 1,0294$

Ἡ ὑποδιαίρεσις C 29, ἥτις ἔχει τώρα τὴν τιμὴν 0,029, τοποθετεῖται ἄνωθεν ἐνὸς τῶν ἄκρων τῆς κλίμακος D, ἔστω ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως D 1. Ἀναστρέφομεν τὸν κανόνα καὶ διαβάζομεν κάτω ἀπὸ τὴν ἀριστερὰν γραμμὴν ἀναγνώσεως τὸ ἀποτέλεσμα 1,0294 ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_1 .

Μετακινοῦμεν τὸ κινητὸν στέλεχος εἰς τὴν ἀρχικὴν αὐτοῦ θέσιν, τοποθετοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως D 29, ἥτις ἔχει τώρα τὴν τιμὴν 0,029 καὶ διαβάζομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_1 τὸ ἀποτέλεσμα 1,0294.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ἀρνητικοῦ ἐκθέτου χρησιμοποιεῖται ἡ σχέσις $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$. Ὅθεν ὁ ὑπολογισμὸς γίνεται ἀρχικῶς μὲ θετικὸν ἐκθέτην καὶ ἀκολούθως εὐρίσκομεν τὴν ἀντίστροφον τιμὴν.

Ἡ ρίζα τοῦ ἀριθμοῦ e

$$\text{Παράδειγμα: } \sqrt[4]{e} = e^{0,25} = 1,284$$

Τὸ πρόβλημα λύεται ὡς κατωτέρω περιγράφεται, ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν ρίζαν ὡς δύναμιν μὲ ἀντίστροφον ἐκθέτην.

$$\sqrt[n]{e}$$

Κανὼν εἰς τὴν κανονικὴν αὐτοῦ θέσιν (ἐξαιρεῖται ὁ κανὼν 67/54 R)

Τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν CI 4 ἄνωθεν ἐνὸς τῶν ἄκρων τῆς κλίμακος D, ἔστω ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως D I. Ἀναστρέφομεν τὸν κανόνα καὶ διαβάζομεν κάτω ἀπὸ τὴν ἀριστερὰν γραμμὴν ἀναγνώσεως τὸ ἀποτέλεσμα 1,284 ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₂. Διὰ τοὺς ἐκθέτας ἀπὸ I-10 ἰσχύει ἡ κλίμαξ LL₃, διὰ τοὺς ἐκθέτας 0,1-1 ἡ κλίμαξ LL₂ καὶ διὰ τοὺς ἐκθέτας 0,01-0,1 ἡ κλίμαξ LL₁.

Κανὼν ἀνεστραμμένος

Ἡ ὑποδιαίρεσις CI 4 τοποθετεῖται κάτω ἀπὸ τὴν μίαν τῶν δύο γραμμῶν ἀναγνώσεως, ἔστω τὴν ἀριστερὰν τοιαύτην. Τὸ ἀποτέλεσμα 1,284 διαβάζεται ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως D I ἐπὶ τῆς μεσαίας λωρίδος. Τὸ πρόβλημα ἐπιλύεται καὶ διαφορετικὰ. Τοποθετοῦμεν τὴν ἀριστερὰν ἢ τὴν δεξιὰν ἐνδειξιν τοῦ e ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν D 4. Τὸ ἀποτέλεσμα 1,284 διαβάζεται ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₂ καὶ ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως D I ἢ D 10 ἀντιστοίχως.

Οἱ φυσικοὶ λογάριθμοι

Διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν φυσικῶν λογαριθμῶν μεταβαίνομεν ἀνιστρόφως ἐκ τῶν διπλῶν λογαριθμικῶν κλιμάκων εἰς τὰς κλίμακας D ἢ C.

Κανὼν εἰς τὴν κανονικὴν αὐτοῦ θέσιν (ἐξαιρεῖται ὁ κανὼν τύπου 67/54 R)

Κανὼν ἀνεστραμμένος

In a

$$\text{Παράδειγμα: } \ln 25 = 3,22$$

Μετακινοῦμεν τὸ κινητὸν στέλεχος πρὸς τὰ δεξιὰ μέχρις ὅτου ἡ ὑποδιαίρεσις 25 (ἐπὶ τῆς κατωτέρας λωρίδος) τοποθετηθῇ κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν ἀναγνώσεως. Ἀναστρέφομεν τὸν κανόνα καὶ διαβάζομεν ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν D 10 τοὺς ἀριθμοὺς 3-2-2. Δεδομένου ὅτι ἐχρησιμοποιήθη ἡ κλίμαξ LL₃ ὁ $\ln 25$ ἰσοῦται πρὸς 3,22. Δυνάμεθα ἐπίσης νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν ἀριστερὰν γραμμὴν ἀναγνώσεως. Τὸ ἀποτέλεσμα διαβάζεται εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως D I.

Μετακινοῦμεν τὸν κανόνα εἰς τὴν ἀρχικὴν αὐτοῦ θέσιν. Τοποθετοῦμεν τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς ἐνδείξεως 25 τῆς κλίμακος LL₃ καὶ διαβάζομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος D τὸ ἀποτέλεσμα $\ln 25 = 3,22$. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἔχομεν ἐπομένως ἐπὶ τοῦ κανόνος πίνακα τῶν φυσικῶν λογαριθμῶν. Δὲν ἀπαιτοῦνται μετακινήσεις τοῦ κινητοῦ στελέχους.

Οί δεκαδικοί λογάριθμοι

Διὰ τὴν ἀνάγνωσιν δεκαδικῶν λογαρίθμων ἐπὶ τῆς ἐκθετικῆς κλίμακος, ἀναστρέφωμεν τὸ κινητὸν στέλεχος καὶ τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν 10 τῆς κλίμακος LL₃ ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρέσεως D 1. Ἀκολουθῶς διαβάζομεν:

Ig a

$$\lg 10 = 1 \quad \lg 100 = 2 \quad \lg 1000 = 3$$

$$\lg 200 = 2,301 \quad \lg 20 = 1,301$$

$$\lg 2 = 0,301 \quad \lg 1,1 = 0,0414$$

Εἶναι συγχρόνως δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ χαρακτηριστικοῦ τοῦ λογαρίθμου βάσει τοῦ κανόνος:

Χρησιμοποιουμένης τῆς κλίμακος:	LL ₃	LL ₂	LL ₁
οἱ ἀριθμοὶ τῆς κλίμακος D			
διαφοροῦνται διὰ τοῦ ἀριθμοῦ	1	10	100

Οί λογάριθμοι τυχούσης βάσεως

Ἀναστρέφωμεν τὸ κινητὸν στέλεχος καὶ τοποθετοῦμεν τὴν εἰς τὴν βάσιν τοῦ λογαρίθμου ὑποδιαίρεσιν τῆς κλίμακος LL, ἄνωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως D 1, (ἐπομένως καὶ D 10). Διαβάζομεν τὸν ἀριθμὸν ἐπὶ τῆς κλίμακος LL καὶ τὸν λογάριθμον αὐτοῦ ἐπὶ τῆς κλίμακος D.

Π.χ. $\log^5 25 = 2 \quad \log^5 230 = 3,38$

$$\log^{20} 400 = 2 \quad \log^{20} 1,82 = 0,2$$

Αἱ ἐκθετικαὶ κλίμακες LL₁ LL₂ LL₃ διὰ θετικούς ἐκθέτας LL₀₁ LL₀₂ LL₀₃ διὰ ἀρνητικούς ἐκθέτας (DUPLEX καὶ NOVO DUPLEX)

Ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψεως τοῦ λογαριθμικοῦ κανόνος τύπου DUPLEX ὑπάρχουν δύο ομάδες κλιμάκων. Ἐκάστη ὁμάς ἀποτελεῖται ἀπὸ τρεῖς κλίμακας ἐκθετικῶν συναρτήσεων αἱ ὁποῖαι εὐρίσκονται εἰς ἀντιστοιχίαν πρὸς τὴν βασικὴν κλίμακα C. Αἱ κλίμακες διὰ θετικούς ἐκθέτας (μαύρου χρώματος) καλύπτουν τὴν περιοχὴν ἀπὸ 1,0095 μέχρι 60000, αἱ δι' ἀρνητικούς ἐκθέτας (ἐρυθροῦ χρώματος) τὴν περιοχὴν ἀπὸ 0,00002 μέχρι 0,9905. Αἱ κλίμακες e^{-x} εἶναι ἀντίστροφοι τῶν κλιμάκων e^x . Πρέπει νὰ ἔχομεν ὑπ' ὄψιν μας, ὅτι οἱ ἐπὶ τῶν ὑποδιαίρέσεων τῶν

λογαριθμικῶν κλίμακων ἀναγραφόμενοι ἀριθμοὶ ὑποδηλοῦν πάντοτε τὴν πραγματικὴν τιμὴν τῆς ἐκθετικῆς συναρτήσεως. Ἦτοι, ἡ ἔνδειξις 1,04 π.χ. ἐπὶ τῆς κλίμακος σημαίνει πάντοτε 1,04 καὶ οὐχὶ 10,4 ἢ 104 κ.ο.κ.

Διὰ τῆς μεταβάσεως ἐκ τῆς ἐσωτερικῆς πρὸς τὴν ἀμέσως ἐπομένην ἐξωτερικὴν κλίμακα, ὁ ἀριθμὸς ὑψοῦται εἰς τὴν δεκάτην δύναμιν π.χ.

$$0,955^{10} = 0,631, \quad 0,631^{10} = 0,01, \quad 0,924^{10} = 0,454, \quad 0,454^{10} = 3,7 \cdot 10^{-4} = 0,00037$$

$$1,0472^{10} = 1,585, \quad 1,585^{10} = 100, \quad 1,08^{10} = 2,16, \quad 2,16^{10} = 2,2 \cdot 10^3 = 2200.$$

Διὰ τῆς μεταβάσεως εἰς τὴν μεθεπομένην κλίμακα ὁ ἀριθμὸς ὑψοῦται εἰς τὴν ἑκατοστὴν δύναμιν π.χ.

$$0,955^{100} = 0,01, \quad 1,0472^{100} = 100, \quad 0,924^{100} = 3,7 \cdot 10^{-4} = 0,00037, \quad 1,08^{100} = 2200$$

Διὰ τῆς μεταβάσεως ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς πρὸς τὴν ἐσωτερικὴν κλίμακα γίνεται ἡ ἐξαγωγή ἀντιστοίχου ρίζης τοῦ ἀριθμοῦ π.χ.

$$\sqrt[10]{0,25} = 0,8705, \quad \sqrt[10]{0,8705} = 0,9862, \quad \sqrt[100]{0,25} = 0,9862, \quad \sqrt[10]{0,00007} = \sqrt[10]{7 \cdot 10^{-5}} = 0,384, \quad \sqrt[10]{0,384} = 0,9087, \quad \sqrt[100]{0,00007} = 0,9087.$$

$$\sqrt[10]{4} = 1,1488, \quad \sqrt[10]{1,1488} = 1,01395, \quad \sqrt[100]{4} = 1,01395,$$

$$\sqrt[10]{15000} = \sqrt[10]{1,5 \cdot 10^4} = 2,62, \quad \sqrt[10]{2,62} = 1,101.$$

$$\sqrt[100]{15000} = 1,101.$$

Προσοχή: Ὁ ἀριθμὸς 100 τῆς κλίμακος LL₃ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν ἀριθμὸν $\frac{1}{100} = 0,01$ τῆς κλίμακος LL₀₃.

Ὁ ἀριθμὸς 1,25 τῆς κλίμακος LL₂ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν ἀριθμὸν $\frac{1}{1,25} = 0,8$ τῆς κλίμακος LL₀₂.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ὁ ἀριθμὸς 100 τῆς κλίμακος LL}_3 \text{ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν ἀριθμὸν } \frac{1}{100} = 0,01 \text{ τῆς κλίμακος LL}_{03}. \\ \text{Ὁ ἀριθμὸς 1,25 τῆς κλίμακος LL}_2 \text{ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν ἀριθμὸν } \frac{1}{1,25} = 0,8 \text{ τῆς κλίμακος LL}_{02}. \end{array} \right\} \text{διότι } e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

Δυνάμεις τοῦ e (DUPLEX, NOVO - DUPLEX)

Αἱ δυνάμεις τοῦ e (βάσις τῶν φυσικῶν λογαρίθμων $e = 2,71828...$) ὑπολογίζονται διὰ τῆς τοποθετήσεως τῆς τιμῆς τοῦ ἐκθέτου μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς κλίμακος C τῆς ὀπισθίας ὀψεως τοῦ κανόνας (κινητὸν στέλεχος εἰς θέσιν μηδενισμοῦ). Ἡ κλίμαξ LL₃ χρησιμοποιεῖται δι' ἐκθέτας ἀπὸ 1-10, ἡ κλίμαξ LL₂ δι' ἐκθέτας ἀπὸ 0,1-1, καὶ ἡ κλίμαξ LL₁ δι' ἐκθέτας ἀπὸ 0,01-0,1.

Παραδείγματα: $e^{1,61} = 5, \quad e^{0,161} = 1,175, \quad e^{0,0161} = 1,01625, \quad e^{6,22} = 5 \cdot 10^2 = 500,$

$$e^{0,622} = 1,862, \quad e^{0,0622} = 1,0642, \quad e^{-1,61} = \frac{1}{e^{1,61}} = 0,2, \quad e^{-0,161} = 0,8512$$

$$e^{-0,0161} = 0,984, \quad e^{-6,22} = \frac{1}{e^{6,22}} = 2 \cdot 10^{-3} = 0,002, \quad e^{-0,622} = 0,537,$$

$$e^{-0,0622} = 0,9396, \quad e^{12,5} = e^{10+2,5} = e^{10} \cdot e^{2,5} = 22000 \cdot 12,2 = 268400.$$

Κατὰ τὴν κατάστρωσιν **ὑπερβολικῶν συναρτήσεων** ἡ τιμὴ X σταθεροποιεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος D μετὰ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως. Ἡ ἀνάγνωσις τῶν δυνάμεων τοῦ e γίνεται εἰς τὰς κλίμακας e^x καὶ e^{-x} . Τὸ ἡμίθροισμα καὶ ἡ ἡμιδιαφορὰ δίδει τὰς τιμὰς τοῦ ὑπερβολικοῦ συνημιτόνου καὶ τοῦ ὑπερβολικοῦ ἡμιτόνου ἀντιστοίχως.

$$\text{Παράδειγμα: } \cosh 35^\circ = \cosh 0,61 = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{1,84 + 0,543}{2} = 1,1915$$

$$\sinh 35^\circ = \sinh 0,61 = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{1,84 - 0,543}{2} = 0,6485$$

Ρίζαι τοῦ e

Γράφομεν τὴν ρίζαν ὑπὸ μορφήν δυνάμεως μετὰ ἀντίστροφον ἐκθέτην καὶ ἐργαζόμεθα ὡς ἄνωτέρω.

$$\begin{aligned} \text{Παράδειγματα: } \sqrt[4]{e} = e^{0,25} = 1,284 \quad \sqrt[0,25]{e} = e^4 = 54,5 \quad \sqrt[8]{e} = e^{0,125} = 1,133 \quad \sqrt[0,125]{e} = e^8 = 2980 \\ \sqrt[12,5]{e} = e^{0,08} = 1,0834 \quad \sqrt[0,06]{e} = e^{16,66} = e^{8,33} \cdot e^{8,33} = 4146 \cdot 4146 = 17190000 \end{aligned}$$

Οἱ φυσικοὶ λογάριθμοι

Εὐρίσκομεν τοὺς φυσικοὺς λογαρίθμους διὰ τῆς μεταβίβασεως ἐκ τῶν κλιμάκων LL εἰς τὴν εἰς τὸ μέσον τοῦ κανόνος χαραγμένην κλίμακα C . Ὡς πρὸς τὴν τάξιν μεγέθους τοῦ ἐπὶ τῆς κλίμακος C ἀναγνωσκομένου ἀριθμοῦ ἰσχύουν τὰ ἤδη ἐκτεθέντα.

$$\text{Παράδειγματα: } \ln 25 = 3,22, \quad \ln 145 = 4,97, \quad \ln 1,3 = 0,262, \quad \ln 0,04 = -3,22, \quad \ln 0,66 = -0,416, \quad \ln 0,98 = -0,0202$$

Δυνάμεις διαφόρων ἀριθμῶν

Διὰ τὴν εὔρεσιν τῶν δυνάμεων τῆς μορφῆς a^n ἡ ὑποδιαίρεσις $C-I$ τοποθετεῖται πάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν a τῆς κλίμακος LL , ὁ δρομεὺς μετακινεῖται μέχρι τῆς ὑποδιαίρεσεως $C-n$ καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς a^n γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος LL .

Π.χ. $3,752,96 = 50$. Ἡ ὑποδιαίρεσις $C-I$ τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν $LL_3-3,75$ καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς 50 γίνεται ἐπὶ τῆς κλίμακος LL_3 , κάτωθεν τῆς ὑποδιαίρεσεως $C-2,96$.

*Ἄλλα παραδείγματα:

$$4,22,16 = 22,3, \quad 4,20,216 = 1,364,$$

$$4,20,0216 = 1,0315, \quad 4,2-2,16 = 0,045$$

$$4,2-0,216 = 0,733, \quad 4,2-0,0216 = 0,9695$$

Μετὰ τὴν βοήθειαν τῆς κλίμακος LL_{03}

$$0,052,16 = 1,55 \cdot 10^{-3} = 0,00155$$

$$0,050,216 = 0,524, \quad 0,050,0216 = 0,9374$$

$$0,05-2,16 = \frac{1}{0,052,16} = 646 \text{ (ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος } LL_3)$$

$$0,05-0,216 = \frac{1}{0,050,216} = 1,91 \text{ (ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος } LL_2).$$

*Αναφορικῶς πρὸς χρησιμοπονηθησομένην κλίμακα LL ἰσχύουν τὰ εἰς τὰς δυνάμεις τοῦ e ἐκτεθέντα.

a^n

Ρίζαι τυχόντων αριθμών

Με την βοήθειαν της γραμμής του δρομέως, ή υποδιαίρεσις της κλίμακος C, ήτις αντιστοιχεί εις τὸν ἐκθέτην τῆς ρίζας, τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἀντίστοιχον ὑποδιαίρεσιν τῆς κλίμακος LL τῆς ἀντιστοιχοῦσης εις τὸν ἀριθμὸν τοῦ ὁποίου πρόκειται νὰ ἐξαχθῇ ἡ ρίζα (πρῶτα εὐρίσκεται ὁ ἐκθέτης τῆς ρίζας καὶ μετὰ τοποθετεῖται οὗτος κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως). Κάτω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν C 1 ἢ C 10 διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα.

$\sqrt[4.4]{23} = 2,04$. Ἡ ὑποδιαίρεσις C 4,4 τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν LL₃ 23. Κάτω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν C 10 καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₂ διαβάζομεν τὴν τιμὴν 2,04.

Παραδείγματα: $\sqrt[2,08]{1,068} = 1,0322$ (C-2,08 τοποθετεῖται ἄνωθεν LL₁-1,068. Ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₁).

$\sqrt[0,6]{15,2} = 93,5$ (C-0,6 τοποθετεῖται ἄνωθεν LL₃-15,2. Ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₃).

$\sqrt[20]{4,41} = 1,077$ (C-20 τοποθετεῖται ἄνωθεν LL₃-4,41. Ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₁).

$\sqrt[5]{0,5} = 0,8705$ (C-5 τοποθετεῖται ἄνωθεν LL₀₂-0,5. Ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₀₂).

$\sqrt[50]{0,5} = 0,9862$ (C-50 τοποθετεῖται ἄνωθεν LL₀₂-0,5. Ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₀₁).

Ἄλλα παραδείγματα: $\sqrt[5]{2} = 1,149$, $\sqrt[5]{20} = 1,82$.

$\sqrt[0,06]{2,42} = 2,42^{16,66} = 2,42^{8,33} \cdot 2,42^{8,33} = 1579 \cdot 1579 = 2478300$

Οἱ δεκαδικοὶ λογάριθμοι

Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρεσεως LL₃-10. Ἡ ὑποδιαίρεσις C 1 τῆς κλίμακος εἰς τὸ μέσον τοῦ δρομέως τοποθετεῖται ὑπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως. Ἐχομε τώρα καταστρώσει πίνακα δεκαδικῶν λογαρίθμων. Δυνάμεθα ἐπίσης νὰ τοποθετήσωμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C 10 ἐπάνω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν LL₃-10. Ἡ τοποθέτησις τοῦ ἀριθμοῦ καὶ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ λογαρίθμου αὐτοῦ ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ δρομέως.

Μὲ τὴν βοήθειαν τῆς κλίμακος LL₀₃

$\lg 10 = 1$,	$\lg 100 = 2$,	$\lg 1000 = 3$,	$\lg 200 = 2,301$,	$\lg 0,1 = -1$,	$\lg 0,01 = -2$,	$\lg 0,001 = -3$.
$\lg 20 = 1,301$,	$\lg 2 = 0,301$,	$\lg 1,1 = 0,0414$		$\lg 0,2 = -0,699 = 0,301-1$,	$\lg 0,05 = -1,301 = 0,699-2$	

Εὗρεσις τῆς τιμῆς συναρτήσεως $y = a \cdot \lg x$ διὰ διαφόρους τιμὰς τοῦ x

Κατὰ τὴν κατάστροφωσιν διαγραμμάτων ἐπὶ λογαριθμικῶς συντεταγμένων, παρουσιάζεται συχνὰ ἡ ἀνάγκη τῆς εὐρέσεως τῆς τιμῆς τῆς συναρτήσεως: $y = a \cdot \lg x$ (a = συντελεστής κλίμακος = μήκος τῆς λογαριθμικῆς μονάδος). Ἡ μετάβασις ἐκ τῆς κλίμακος C εἰς τὴν κλίμακα L



απαγορεύεται, δεδομένου ότι δεν είναι δυνατή ή περαιτέρω εκτέλεσις πολλαπλασιασμών επί της γραμμικής κλίμακος L. Τουναντίον μεταβαίνοντες εκ της κλίμακος LL εις την κλίμακα D εύρισκομεν τὸν λογάριθμον τοῦ ἀριθμοῦ τὸν ὅποιον ἐν συνεχείᾳ δυνάμεθα νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ τῆς κλίμακος C.

Παράδειγμα: $a = 3,33$, $x = 2, 3, 4, 6$.

Ἡ ὑποδιαίρεσις C 3,33 τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρέσεως LL₃ 10 (μονὰς τοῦ λογαρίθμου). Διὰ τὰς διαφόρους τιμὰς τοῦ x ἴτοι 2, 3... ἐπὶ τῆς κλίμακος LL₃ ἢ LL₂ διαβάζομεν τὰς ἀντιστοίχους τιμὰς τοῦ y ἐπὶ τῆς κλίμακος C.

$$y = 1,002, 1,591, 2,003, 2,593$$

Ἐν ἀνάγκῃ πρέπει νὰ μετακινηθῇ τὸ κινητὸν στέλεχος ἐκ τῆς μιᾶς ἄκρης αὐτοῦ εἰς τὴν ἄλλην. Λάθῃ ὡς πρὸς τὴν θέσιν τῆς ὑποδιαστολῆς θὰ πρέπει μᾶλλον νὰ ἀποκλείωνται μὲ λίγη σκέψι.

Λογάριθμοι με τυχούσαν βάσιν.

Ἡ βάση τοῦ λογαρίθμου τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος LL καὶ ἡ ἀρχὴ τῆς κλίμακος C κάτωθεν αὐτῆς. Διαθέτομεν οὕτω ἐπὶ τοῦ κανόνος πίνακα τῶν ἀντιστοιχῶν λογαρίθμων π.χ. ${}^2\log 200 = 7,65$ ${}^2\log 22 = 4,46$. Ἡ ὑποδιαίρεσις C-10 τοποθετεῖται κάτω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν LL₂-2. Κάτω ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν LL₃-200 διαβάζομεν ἐπὶ τῆς κλίμακος C τὴν τιμὴν 7,65 καὶ κάτωθι τῆς ὑποδιαίρέσεως LL₃-22 διαβάζομεν τὴν τιμὴν 4,46.

Ἄλλα παραδείγματα:

$${}^2\log 1,2 = 0,263, \quad {}^{0,2}\log 10 = -1,431, \quad {}^{0,8}\log 2 = -3,11, \quad {}^5\log 25 = 2, \quad {}^{0,5}\log 25 = -4,65$$

Προσοχή: ${}^a\log a = 1$, π.χ.: ${}^2\log 2 = 1$, ${}^2\log 4 = 2$, ${}^2\log 8 = 3$

$${}^{0,5}\log 0,5 = 1, \quad {}^{0,5}\log 4 = -2, \quad {}^{0,5}\log 8 = -3$$

$${}^{0,5}\log 0,25 = 2, \quad {}^{0,5}\log 0,125 = 3$$

Ἐπὶ τῆς κλίμακος C τῆς ὀπισθίας ὀψεως τοῦ κινητοῦ στελέχους καὶ ἀριστερὰ τῶν ἀριθμητικῶν ἐνδείξεων 4,5,6,7,8,9 καὶ 10 εἶναι χαραγμένοι δέκα μικραὶ γραμμαὶ ἐρυθροῦ χρώματος. Αὗται ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς τιμὰς τῆς συναρτήσεως $e^{0,001x}$. Ἡ χρησιμοποίησις τῶν ἐνδείξεων αὐτῶν δὲν εἶναι ἀπαραίτητος μέχρι τῆς τιμῆς $e^{0,003} = 1,003$ δεδομένου ὅτι ἡ διαφορὰ τῆς πραγματικῆς τιμῆς τοῦ $e^{0,003}$ ἀπὸ τὴν τιμὴν 1,003 εἶναι μόνον 0,000005.

Ἡ χρησιμοποίησις τῶν ἀνωτέρω γραμμῶν εἶναι εὐκόλος, ἐὰν θεωρήσωμεν ὅτι ἐπ' αὐτῶν εἶναι ἀναγεγραμμένοι αἱ ἐνδείξεις 1,004, 1,005 κ.ο.κ. Τοποθετοῦντες τὸν δρομέα ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρέσεως C 7 διαβάζομεν ἐπὶ τῆς αὐτῆς κλίμακος διὰ $e^{0,007}$ τὴν τιμὴν 1,00703. Κατὰ τὴν ἀνάγνωσιν αὐτῶν δὲν τμήματος ποῦ περικλείεται ἀπὸ δύο ἐρυθρὰς γραμμὰς προσθέτομεν ἐπίσης εἰς τὴν ἐνδειξιν τῆς κλίμακος C τὸ μέτρον μετατοπίσεως τῆς ἐρυθρᾶς ἐνδείξεως, π.χ. $e^{0,0074} = 1,00743$.

Διὰ τὴν εὐρεσιν τῶν φυσικῶν λογαρίθμων ἐργαζόμεθα κατ' ἀντίστροφον τρόπον. Τοποθετοῦμεν τὸν δρομέα ἐπὶ τῆς ἐρυθρᾶς γραμμῆς ἢ λαμβάνομεν ὑπ' ὅψιν τὸ μέτρον μετατοπίσεως αὐτῆς ἀπὸ τὴν ἀντίστροφον ἐνδειξιν τῆς κλίμακος C, καὶ διαβάζομεν τὴν τιμὴν τοῦ ζητουμένου λογαρίθμου ἐπὶ τῆς κλίμακος C, π.χ. $\ln 1,008 = 0,00797$ καὶ $\ln 1,0063 = 0,00628$.

Ἐὰν θελήσωμεν π.χ. νὰ καταστρώσωμεν πίνακα λογαρίθμων τῆς βάσεως 1,005, χρησιμοποιοῦμεν τὴν κλίμακα D ἐπὶ τῆς ἔμπροσθίας ὀψευς τοῦ κανόνος, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν κλίμακα C ἐπὶ τῆς ὀπισθίας ὀψευς διὰ τῆς τοποθετήσεως τῆς ἐρυθρᾶς ἐνδείξεως 1,005 τῆς κλίμακος C ἐπάνω ἀπὸ τὴν ἐνδειξιν I τῆς κλίμακος D. Οὕτω εὐρίσκομεν π.χ.

$$1,005 \log 1,005 = 1, \quad 1,005 \log 1,009 = 1,8$$

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τοὺς λογαρίθμους ἀριθμῶν μεγαλυτέρων τοῦ 1,01 τοποθετοῦμεν τὸ κινητὸν στέλεχος εἰς τὴν κανονικὴν αὐτοῦ θέσιν καὶ τὸν δρομέα ἐπὶ τῆς ὑποδιαίρέσεως 1,005. Ἐν συνεχείᾳ τοποθετοῦμεν τὴν ὑποδιαίρεσιν C 10 κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως. Δυνάμεθα οὕτω, νὰ διαβάσωμεν ἐπὶ τοῦ κανόνος, τὰς τιμὰς τῶν λογαρίθμων τῆς βάσεως 1,005, ἀριθμῶν μεγαλυτέρων τοῦ 1,01 διὰ τῆς μεταβάσεως ἐκ τῆς κλίμακος LL₁ (ἢ LL₂ ἢ LL₃) εἰς τὴν κλίμακα C π.χ.

$$1,005 \log 1,01 = 1,996, \quad 1,005 \log 1,02 = 3,97, \\ 1,005 \log 1,2 = 36,5, \quad 1,005 \log 4 = 278.$$

Σημασία τῶν ἐνδείξεων ἐπὶ τῶν κλιμάκων

Ἡ ἐνδειξίς τῆς τιμῆς $\pi = 3,1416$ εἶναι χαραγμένη ἐπὶ τῶν κλιμάκων C,D,CI,CF,DF,CIF,W₁,W₁',W₂, καὶ W₂'. Διὰ τοῦ τρόπου αὐτοῦ διευκολύνεται ἡ τοποθέτησις καὶ ἡ ἀνάγνωσις τῆς τιμῆς τοῦ π ἐπὶ τοῦ κανόνος.

Εἰς τὸ μεταξὺ τῶν ἐνδείξεων 3⁰ καὶ 6⁰ τμήμα τῆς **κλίμακος διὰ μικρὰς γωνίας ST** εἶναι χαραγμένοι αἱ λεγόμεναι **ἐνδείξεις διορθώσεων**. Αἱ ἀνωτέρω ἐνδείξεις δίδουν τὰς ἀκριβεῖς τιμὰς τῶν συναρτήσεων τοῦ ἡμιτόνου καὶ τῆς ἐφαπτομένης.

$$\text{Παραδείγματα: } \epsilon\phi 2,5^0 \approx \eta\mu 2,5^0 = 0,0436, \quad \epsilon\phi 4^0 \approx \eta\mu 4^0 = 0,0697$$

Διὰ τὴν ἀκριβῆ ἀνάγνωσιν τῆς τιμῆς τῆς ἐφαπτομένης γωνίας 4⁰ χρησιμοποιεῖται ἡ «ἐνδειξίς διορθώσεως» δεξιὰ τῆς ὑποδιαίρέσεως τῶν 4⁰. Διαβάζομεν τὴν τιμὴν 0,0699. Ἰσχύει ἐπομένως ὁ ἀκόλουθος κανὼν, κατὰ τὴν ἀνάγνωσιν τῆς τιμῆς τῆς ἐφαπτομένης: Ἡ τιμὴ τῆς ἐφαπτομένης εἶναι **μεγαλύτερα** τῆς τιμῆς τῆς ἀντιστοίχου γωνίας. Δι' ὃ καὶ χρησιμοποιεῖται ἡ «ἐνδειξίς διορθώσεως» εἰς τὰ δεξιὰ τῆς ὑποδιαίρέσεως.

$$\text{Παράδειγμα: } \epsilon\phi 5^0 = 0,0875$$

«Ἐνδείξεις διορθώσεως», εἶναι χαραγμένοι μόνον διὰ γωνίας ἀκεραίου ἀριθμοῦ μοιρῶν. Προκειμένου περὶ γωνιῶν μὴ ἀκεραίου ἀριθμοῦ μοιρῶν, ἡ διόρθωσις γίνεται δι' ἀναλόγου τρόπου.

$$\text{Παραδείγματα: } \epsilon\phi 3,5^0 = 0,0612, \quad \epsilon\phi 4,2^0 = 0,0734, \quad \epsilon\phi 5,33^0 = 0,0934.$$

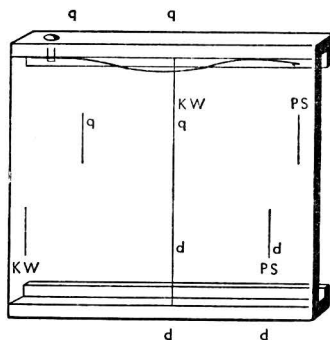
Ἐὰν εἶναι γνωστὴ ἡ τιμὴ τῆς τριγωνομετρικῆς συναρτήσεως καὶ ζητεῖται ἡ ἀντίστοιχος γωνία, χρησιμοποιεῖται ἡ ἀριστερὰ «ἐνδείξεις διορθώσεως».

Διὰ τὰς τιμὰς τῶν ἡμιτόνων ἡ «ἐνδειξίς διορθώσεως» εἶναι χαραγμένη ἀριστερὰ τῆς ὑποδιαίρέσεως τῶν 6⁰. Ἡ ἐνδειξίς ἰσχύει διὰ γωνίας μεταξὺ 5⁰ καὶ 6⁰.

Ὁ τρόπος χρησιμοποίησεως τῆς ἐνδείξεως εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἐκτεθέντος.

Ό δρομεύς πολλαπλής χρήσεως

Διά του δρομέως «πολλαπλής χρήσεως» καθίσταται δυνατή ή εκτέλεσις διαφόρων σημαντικών υπολογισμών.



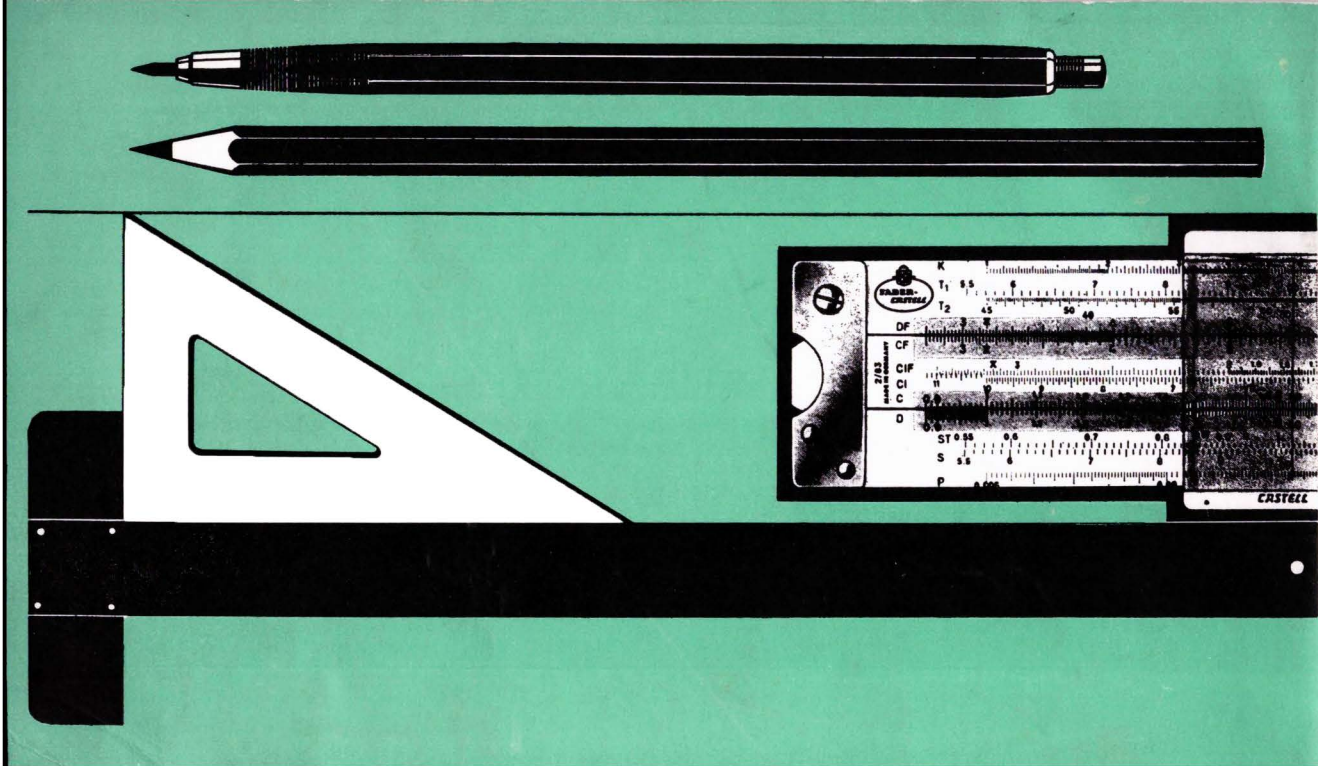
1) Υπολογισμός της επιφάνειας κύκλου, δεδομένης διαμέτρου. Μεσαία ή κάτω δεξιά γραμμή του δρομέως με την ένδειξιν «d» τοποθετείται επί της υποδιαίρεσεως της κλίμακος D ήτις αντιστοιχεί εις την διάμετρον—έστω 3,2 εκ.—του κύκλου. Κάτωθεν της εις τ' αριστερά χαραγμένης γραμμής του δρομέως με την ένδειξιν «q» και επί της κλίμακος A διαβάζομεν τὸ ἀποτέλεσμα : 8,04 cm²

2) Υπολογισμός όπλισμοῦ, κυκλικῆς διατομῆς, εἰς χγρ/μ. Τοποθετοῦμεν τὴν δεξιὰν κάτω γραμμὴν τοῦ δρομέως ἐπὶ τῆς διαμέτρου—έστω 4,3 εκ.—καὶ διαβάζομεν κάτω ἀπὸ τὴν ἀριστερὰν ἐπάνω γραμμὴν τοῦ δρομέως τὸ βάρος τοῦ όπλισμοῦ ἀνὰ μέτρον μήκους, ήτοι 11,4 χγρ.

3) Μετατροπὴ kW εἰς PS καὶ ἀντιστρόφως.

Παράδειγμα: 28 PS=20,6 kW. Ἡ γραμμὴ τοῦ δρομέως με τὴν ένδειξιν PS τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς υποδιαίρεσεως 28 τῆς κλίμακος A. Κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως με τὴν ένδειξιν kW καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος A διαβάζομεν τὴν τιμὴν 20,6 kW.

Προκειμένου περὶ ἀκριβεστέρου υπολογισμοῦ, ή κάτω δεξιὰ γραμμὴ τοῦ δρομέως με τὴν ένδειξιν PS τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς υποδιαίρεσεως D 28 καὶ ή ἀνάγνωσις τῆς ζητουμένης τιμῆς 20,59 kW γίνεται ἐπίσης κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴν τοῦ δρομέως με τὴν ένδειξιν kW καὶ ἐπὶ τῆς κλίμακος D.



ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΟΙ:

- **ΑΝΔΡΕΑΣ Ε. ΑΓΓΕΛΑΚΗΣ & ΣΙΑ**
ΑΓΙΟΥ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ 12, ΑΘΗΝΑΙ (101)
- **ΔΗΜ. ΤΟΥΡΠΑΛΗΣ & ΣΙΑ**
ΝΕΑ ΜΕΓ. ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥ 10, ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ